

# **Schüttgutgeschwindigkeiten in verfahrenstechnischen Apparaten**

**Messung und Berechnung am Beispiel der Schwingsiebzentrifuge**

von

**Axel Schulz-Walz**

**Erlangen 1973**



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41548407\\_0070](https://archive.org/details/IA41548407_0070)

# **Schüttgutgeschwindigkeiten in verfahrenstechnischen Apparaten**

**Messung und Berechnung am Beispiel der Schwingsiebzentrifuge**

Der Technischen Fakultät  
der Universität Erlangen-Nürnberg  
zur Erlangung des Grades  
**DOKTOR - INGENIEUR**

vorgelegt

von

**Axel Schulz-Walz**

**Erlangen 1973**



Als Dissertation genehmigt von der  
Technischen Fakultät  
der Universität Erlangen - Nürnberg

Tag der Einreichung: 18.5.1973

Tag der Promotion: 12.7.1973

Dekan: Prof. Dr. G. Meinardus

Berichterstatter: Prof. Dr. H. Hofmann

Prof. Dr. O. Molerus

Dr. H. Trawinski

| <u>Inhaltsverzeichnis</u>                                                                                                       | Seite |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1. <u>Ziel der Arbeit</u>                                                                                                       | 1     |
| 2. <u>Das Prinzip der Messung von Schüttgutgeschwindigkeiten</u>                                                                | 3     |
| 3. <u>Verwirklichung des Meßprinzips</u>                                                                                        | 6     |
| 3.1 Meßtechnische Aufgabenstellung                                                                                              | 6     |
| 3.2 Entwicklung von Meßwertgebern, Erprobung des Meßsystems mit Hilfe einer Schwingrinne                                        | 7     |
| 3.3 Meßwertübertragung aus der Zentrifuge                                                                                       | 18    |
| 4. <u>Feststoffbewegung in Schwingsiebzentrifugen</u>                                                                           | 23    |
| 4.1 Problemstellung - Stand der Technik                                                                                         | 23    |
| 4.2 Stand der experimentellen und theoretischen Forschung                                                                       | 23    |
| 4.3 Konzeption der eigenen Arbeit                                                                                               | 26    |
| 4.4 Theorie der Feststoffbewegung in Schwingzentrifugen                                                                         | 27    |
| 4.41 Vorbemerkung                                                                                                               | 27    |
| 4.42 Aufstellung der Bewegungsgleichungen für ein Massenelement in einer Axial- oder Drehschwingzentrifuge                      | 28    |
| 4.43 Bewegungsverhalten des Massenelementes - Grenzbedingungen für die Zentrifugeneinstellung                                   | 35    |
| 4.431 Axialschwingzentrifuge                                                                                                    | 35    |
| 4.432 Drehschwingzentrifuge                                                                                                     | 43    |
| 4.44 Aufstellung und Diskussion einer vereinfachten Bewegungsgleichung für den Fall der axialen Schwingungserregung(1.Näherung) | 49    |

|       |                                                                                                                                                         |    |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.45  | Aufstellung einer vereinfachten Bewegungsgleichung - Gemeinsame Berechnung der Geschwindigkeit für Schwingrinne und Axialschwingzentrifuge (2.Näherung) | 54 |
| 4.46  | Auswertung der Theorie in Form von Rechenprogrammen - Ergebnisse                                                                                        | 62 |
| 4.5   | Experimentelle Untersuchungen der Feststoffbewegung auf schwingenden Unterlagen                                                                         | 65 |
| 4.51  | Vergleich von Theorie und Experiment - Konzeption der experimentellen Untersuchungen                                                                    | 65 |
| 4.52  | Direkte Auswertung des durch optische Strukturabtastung gewonnenen Signals                                                                              | 66 |
| 4.53  | Experimentelle Untersuchungen an einer Schwingrinne                                                                                                     | 67 |
| 4.531 | Experimentiertechnik                                                                                                                                    | 67 |
| 4.532 | Ergebnisse der Schwingrinnenversuche                                                                                                                    | 68 |
| 4.54  | Experimentelle Untersuchungen an einer kontinuierlich arbeitenden Axialschwingzentrifuge                                                                | 73 |
| 4.541 | Experimentiertechnik                                                                                                                                    | 73 |
| 4.542 | Ergebnisse der Zentrifugenversuche                                                                                                                      | 75 |
| 4.6   | Verfahrenstechnische Auslegung von Schwingzentrifugen                                                                                                   | 79 |
| 5.    | <u>Zusammenfassung</u>                                                                                                                                  | 82 |
| 6.    | <u>Zusammenstellung der verwendeten Formelzeichen</u>                                                                                                   | 84 |
| 7.    | <u>Literaturzusammenstellung</u>                                                                                                                        | 87 |

## 1. Ziel der Arbeit

Chemische Reaktoren, Destillations- und Rektifikations-säulen und dergleichen werden zentral überwacht und gesteuert, oftmals unter Anwendung von Prozeßrechnern. Eine Filterpresse ist mit einem Manometer bereits gut instrumentiert.

Dies möge zur Verdeutlichung einer grundsätzlichen Schwierigkeit in der Mechanischen Verfahrenstechnik dienen, der Schwierigkeit, die bei den jeweiligen mechanischen Verfahren wichtigen physikalischen Größen in geeigneter Weise zu messen. Genannt sei etwa die Messung der Mischungsgüte in einem Mischer, die Messung der Korngrößenverteilung bei dispersen Systemen oder die Messung von Geschwindigkeiten bewegter Schüttungen. Derartige Messungen sind unerlässlich für die systematische Verbesserung des jeweiligen Apparates und die Optimierung des Gesamtverfahrens, im Rahmen dessen der Apparat eingesetzt wird.

Eine Begründung dieses Mangels an praktikablen Meßverfahren ist oft dadurch gegeben, daß die einzelnen Elemente, an denen die Messung ausgeführt wird, groß sind im Verhältnis zu dem bei der Messung erfaßten Bereich. Dies bedeutet, daß die statistischen Eigenschaften des Systems in die Messung selbst eingehen.

Bei Druck- oder Temperaturmessungen, z.B. an Fluiden, ist dagegen das Einzelelement, das Molekül, sehr klein im Verhältnis zu dem bei der Messung erfaßten Bereich. Der Meßwert ist somit im Sinne der Statistik a priori ein Mittelwert.

Die Messung der Geschwindigkeit eines Kornes einer bewegten Schüttung dagegen liefert nur eine Aussage für das Element. Sie ist nicht repräsentativ für die Bewegung der gesamten Schüttung. Um zu einem Mittelwert zu kommen, muß

eine große Zahl einzelner Elemente erfaßt werden. Die mehrmalige Wiederholung der Messung und die anschließende statistische Auswertung ist wegen der geringen statistischen Sicherheit und des großen Zeitaufwandes nur eine Notlösung. Die Forderung, die an ein Meßprinzip zur Messung von Schüttgutgeschwindigkeiten zu stellen ist ergibt sich also in Analogie zur Druck- oder Temperaturmessung dahingehend, daß die statistische Mittelwertbildung während der Messung selbst ermöglicht wird.

Neben der grundsätzlichen meßtechnischen Zielsetzung, die bei der Arbeit verfolgt wird, soll ein spezieller Apparat der Mechanischen Verfahrenstechnik, die Schwingsiebzentrifuge, behandelt werden. Ein offensichtlicher Mangel an experimentellen und theoretischen Daten beläßt die verfahrenstechnische Auslegung dieses Zentrifugentyps weitgehend im Bereich der Empirie.

Die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit kann wie folgt zusammengefaßt werden:

1. Es ist ein Meßprinzip zur Messung von Schüttgutgeschwindigkeiten zu entwickeln, das den oben skizzierten grundsätzlichen Forderungen gerecht wird.
2. Das Meßprinzip ist derart zu verwirklichen, daß es zur Messung der Geschwindigkeit der auf dem Siebkorb einer Schwingzentrifuge sich bewegenden Feststoffschicht eingesetzt werden kann.
3. Die Feststoffbewegung in Schwingzentrifugen ist theoretisch und experimentell zu untersuchen, mit dem Ziel, die verfahrenstechnische Auslegung von Schwingzentrifugen zu erleichtern.

## 2. Das Prinzip der Messung von Schüttgutgeschwindigkeiten

Eine Messung von Schüttgutgeschwindigkeiten mit "interner Statistik" d.h. mit einer on-line Verarbeitung der Meßwerte zwecks statistischer Mittelwertbildung läßt sich folgendermaßen verwirklichen.

Durch eine kontinuierliche Abtastung der Struktur der an der Meßstelle vorbeigleitenden Schüttung erhält man ein stochastisches, der Struktur der Schüttung entsprechendes Signal. Eine Abtastung an einer in Transportrichtung versetzten, zweiten Meßstelle liefert ein zweites Signal. Ändert sich die Struktur der Schüttung während der Bewegung von der einen zur anderen Meßstelle nicht, führen die einzelnen Körner also keine zufälligen Schwankungsbewegungen aus, so erhält man bei stationärer Bewegung zwei gleiche, zeitlich verschobene Signale. Die Signale sind um die Zeit gegeneinander verschoben, die die Schüttung zum Durchlaufen des Abstandes zwischen den beiden Gebern benötigt. Die gesuchte Geschwindigkeit ergibt sich also als Quotient aus Geberabstand und Laufzeitverschiebung der beiden Signale. Ein Beispiel eines derartigen Signalpaares ist in Abb. 1 in Form von zwei Gleichspannungssignalen dargestellt.

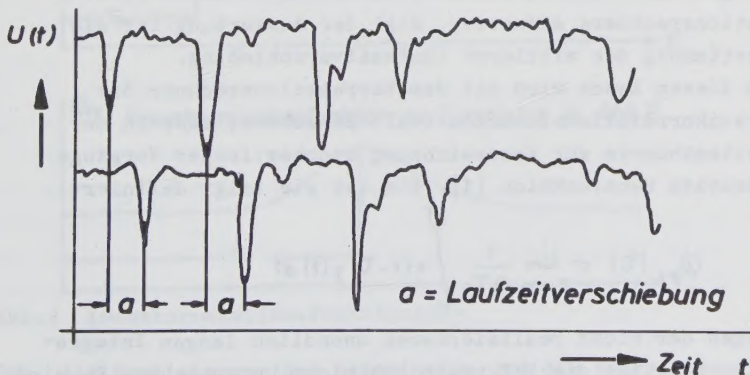


Abb.1 Signalpaar (keine Strukturänderung)

Eine Änderung der Struktur während des Durchlaufens der Meßstelle oder eine instationäre, ruckweise Gutbewegung führen dazu, daß die beiden Signale nicht mehr gleich, sondern nur noch ähnlich sind. Darunter zu verstehen ist eine Deformierung der einzelnen Peaks, sowie eine Streuung des zeitlichen Abstandes von einander zugeordneten Peaks. Ein derartiges Signalpaar ist in Abb.2 dargestellt. Ein Auffinden von einander zugeordneten Peaks durch reine Betrachtung ist oft nicht mehr möglich.

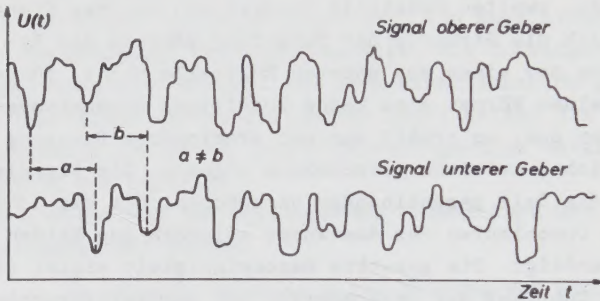


Abb.2 Signalpaar (Strukturänderung, ruckweise Bewegung)

Signale, wie sie hier beschrieben und in Abb.1 und Abb.2 dargestellt wurden, lassen sich mit Hilfe eines Korrelationsrechners auswerten. Ziel der Auswertung ist die Bestimmung der mittleren Laufzeitverschiebung.

Zu diesem Zweck wird mit dem Korrelationsrechner die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF) berechnet, eine in der Systemtheorie zur Kennzeichnung stochastischer Vorgänge benutzte Kennfunktion [1]. Sie ist wie folgt definiert:

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t-\tau) y(t) dt$$

Wegen der nicht realisierbaren unendlich langen Integrationszeit ist die KKF praktisch nicht berechenbar. Es wird vielmehr ein Schätzwert dieser Funktion berechnet:

$$\phi_{xy}(\tau) \approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t-\tau) y(t) dt$$

Die KKF ist ein zeitlicher Mittelwert des Produktes der beiden Signale  $x(t)$  und  $y(t)$ . Sie ist eine Funktion des Verschiebungsparameters  $\tau$  und wird maximal für den  $\tau$ -Wert, der die von der räumlichen Trennung der Geber herrührende Laufzeitverschiebung der beiden Meßsignale gerade rückgängig macht. Das Maximum ergibt sich dadurch, daß für diesen  $\tau$ -Wert die im Integranden stehenden, miteinander zu multiplizierenden Funktionen identisch werden bzw. einen maximalen Grad an gegenseitiger Verwandtschaft haben.

Der gesuchte Wert, die zur Berechnung der Gutgeschwindigkeit benötigte mittlere Laufzeitverschiebung der Signale, ist der Abszissenwert des Maximums der KKF. In Abb. 3 sind die zu den Signalen in Abb. 1 und 2 gehörenden KKF dargestellt.

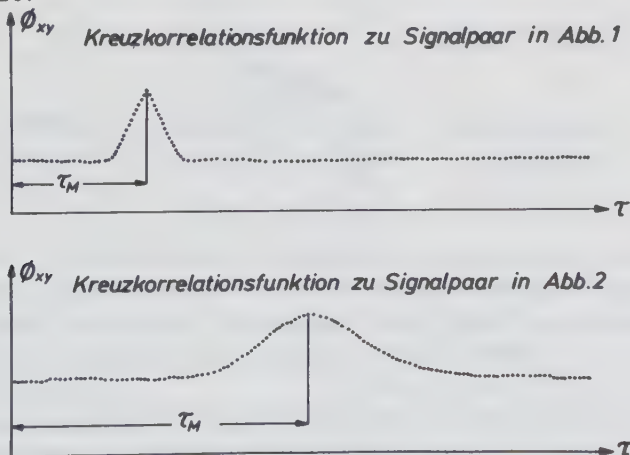


Abb. 3 Kreuzkorrelationsfunktionen

Über die Realisierung des Meßprinzips und die Kontrolle der Meßergebnisse wird in Kapitel 3.2 berichtet.

### 3. Verwirklichung des Meßprinzips

#### 3.1 Meßtechnische Aufgabenstellung

In Abb.4 ist der Siebkorb einer Axialschwingzentrifuge im Schnitt dargestellt. Die Zentrifuge, ein kontinuierlich arbeitender Trennapparat, wird durch ein zentral angeordnetes Zulaufrohr versorgt. Die Trübe wird - im Bild auf der rechten Seite - auf den rotierenden und in axialer Richtung schwingenden Korb aufgegeben.

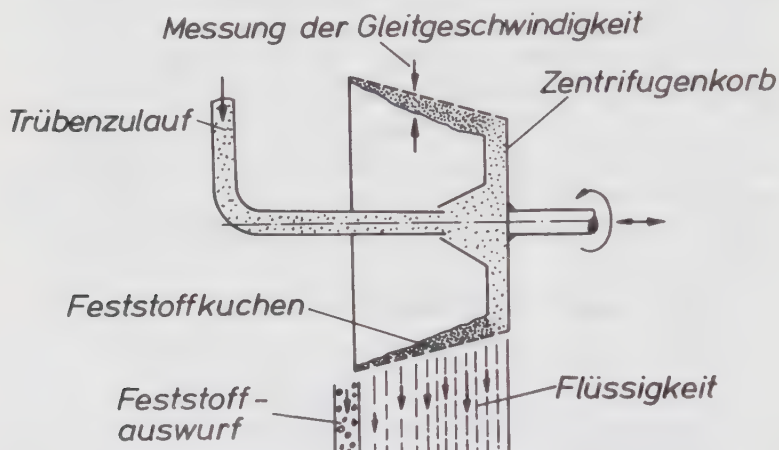


Abb.4 Schnitt durch Axialschwingzentrifuge

Während die abzutrennende Flüssigkeit durch die Schlitze des Korbes hindurch abgeschleudert wird, bildet sich auf der Siebkorbwand eine Feststoffschicht, die sich in Richtung der sich erweiternden Zentrifugentrommel bewegt und an deren Ende abgeworfen wird.

Es ist die Geschwindigkeit dieser Gutschicht relativ zum Siebkorb von oben bzw. von unten zu messen.

### 3.2 Entwicklung von Meßwertgebern, Erprobung des Meßsystems mit Hilfe einer Schwingrinne

Die Realisierung des in Kap.2 beschriebenen Meßprinzips unter Berücksichtigung des angestrebten Einsatzes in einer Schwingzentrifuge setzt die Entwicklung spezieller Meßwertgeber voraus.

Ein geeigneter Meßwertgeber muß folgender grundsätzlichen Forderung genügen: Er muß eine lokale Abtastung der Feststoffstruktur ermöglichen, d.h.er muß die Schwankung irgend-einer physikalischen Größe an der Meßstelle erfassen. Die so erfaßte Meßgröße muß in ein elektrisches Spannungssignal wandelbar sein.

Neben dieser grundsätzlichen Forderung muß der Meßwertgeber jenen Nebenbedingungen genügen, die sich aus der Art seines Einsatzes ergeben. Er muß unempfindlich sein gegen die mechanischen Beanspruchungen, die sich aus dem Einbau in eine rotierende und schwingende Zentrifugentrommel ergeben, ebenso gegen die Anwesenheit von Wasser. Er muß ferner so im Zentrifugenkorb einbaubar sein, daß eine Störung der Gutbewegung an der Meßstelle vermieden wird. Es sei betont, daß bei dem hier vorliegenden meßtechnischen Problem die Nebenbedingungen die größeren Schwierigkeiten bereiten. Der Aufwand, der getrieben werden muß, um vom prinzipiell funktionierenden Geber zur technisch einsetzbaren Ausführung zu kommen, ist sehr groß.

Um bei der Entwicklung der Meßwertgeber und beim Testen der verschiedenartigen Anordnungen der Geber von einem Teil der Probleme befreit zu sein, etwa dem der Herausführung der Signale aus dem rotierenden System, wurde eine Schwingrinne gebaut.

Die Schwingrinne besteht aus einem sorgfältig gelagerten Rahmen, der in horizontaler Richtung sinusförmige Schwingungen ausführen kann (siehe Abb.5).

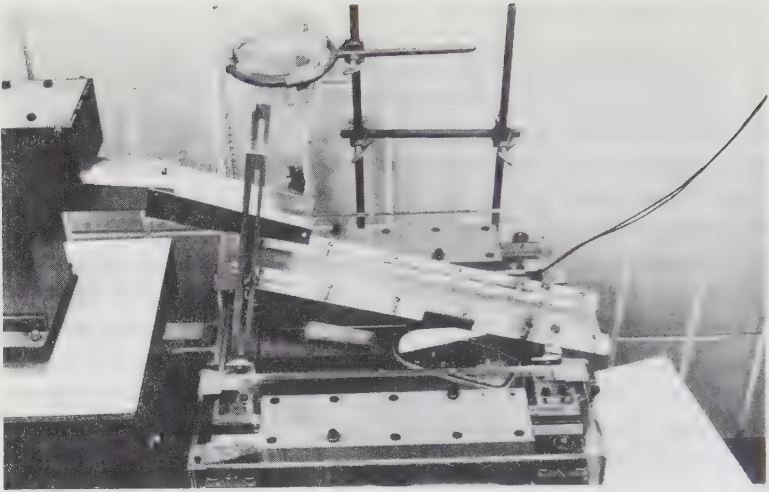


Abb.5 Schwingrinne

Auf dem Rahmen wird eine geneigte Rinne montiert. Sie kann aus durchsichtigem Material gefertigt werden, um eine visuelle Kontrolle der Gutbewegung auch von unten zu ermöglichen. Variabel sind bei der Anordnung die Schwingfrequenz, die Schwingungsamplitude und der Neigungswinkel der Rinne. Über eine Dosiervorrichtung können verschiedenartige Schüttgüter, feucht oder trocken, auf die Rinne aufgegeben werden. Sie werden dort in Form einer mehr oder weniger dicken Schicht gefördert, wobei - unter der Wirkung der Schwerkraft anstelle der Zentrifugalkraft - die für die Schwingzentrifuge typische, ruckweise Bewegung des Feststoffs simuliert werden kann.

Die Schwingrinne ermöglicht neben einem allgemeinen Funktionstest des Meßsystems auch eine quantitative Kontrolle der Meßergebnisse durch Vergleich mit den mittels Stoppuhr bestimmten Meßwerten.

Als Meßwertgeber wurde zunächst ein kapazitiver Geber erprobt. Er entspricht in seiner Wirkungsweise den von WERTHER [2] verwendeten kapazitiven Spitzengebern.

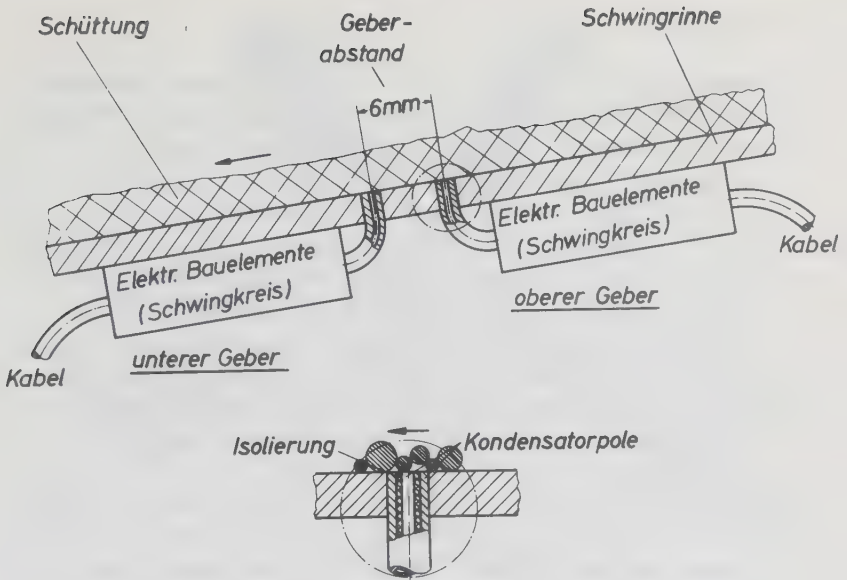


Abb. 6 Kapazitiver Meßwertgeber

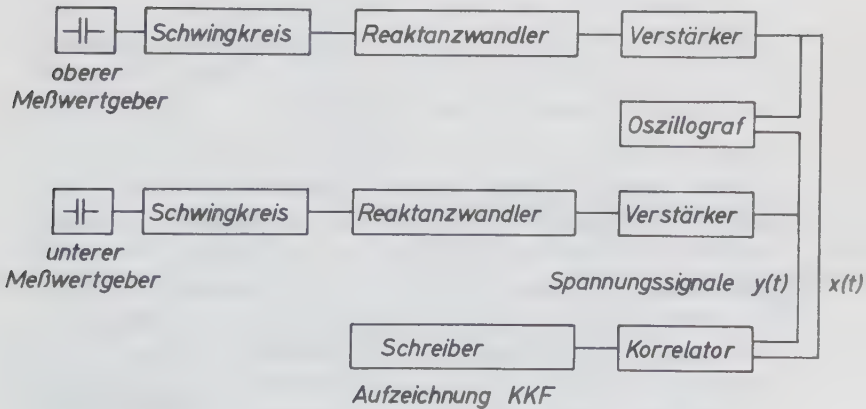


Abb. 7 Prinzip der elektronischen Verarbeitung der Meßsignale (Kapazitiver Geber)

Ein Kondensator von der in Abb.6 dargestellten Form wird in eine Schwingrinne eingebaut. Er erfaßt die in seinem Wirkungsbereich liegende, von der bewegten Schüttung verursachte, zufällige Schwankung der Dielektrizitätskonstanten. Entsprechend dieser Schwankung ändert sich die Kapazität des Kondensators und damit die Schwingfrequenz eines elektrischen Schwingkreises, in dem der Kondensator geschaltet ist. Die Änderung dieser Schwingfrequenz wiederum kann in einem Reaktanzwandler in ein entsprechendes Gleichspannungssignal umgesetzt werden. Das Prinzip der elektronischen Verarbeitung der Meßsignale dieses kapazitiven Meßwertgebers ist in Abb.7 dargestellt.

Versuche an der Schwingrinne erwiesen die grundsätzliche Funktionsfähigkeit dieses Gebertyps bei der Messung von Geschwindigkeiten bewegter Schüttungen. Da jedoch eine räumliche Trennung von Schwingkreis und Geber nicht ohne weiteres möglich ist, muß ein Teil der elektronischen Bauelemente bei der Meßstelle selbst untergebracht werden. Sie unterliegen damit in der Zentrifuge voll der mechanischen Beanspruchung und dem Einfluß des abgetrennten Zentrates, im allgemeinen Wasser. Wegen der zu erwartenden Schwierigkeiten konnte dieser Gebertyp nicht in der Zentrifuge eingesetzt werden.

Bei dem in der Zentrifuge verwendeten Gebertyp handelt es sich um einen optischen Geber. Er arbeitet nach folgendem Funktionsprinzip: Die Meßstelle wird beleuchtet, das vom Feststoff reflektierte Licht erfaßt und von der Meßstelle weggeführt. Die Meßgröße ist die an der Meßstelle anzutreffende momentane Helligkeit. Sie wird beeinflusst vom jeweiligen Abstand einzelner Körner oder Korngruppen vom Meßwertgeber, sowie den Eigenschaften der einzelnen Körner in Bezug auf Farbe und Reflexionsvermögen. Die Hinführung des Lichtes zur Meßstelle und die Rückführung des Reflexlichtes erfolgt mit Lichtleitkabeln. Ein Schema der opti-

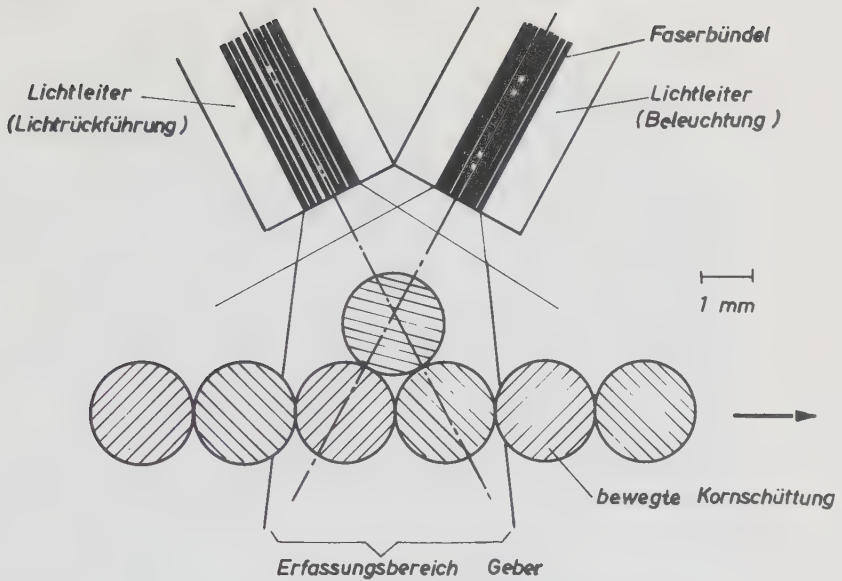


Abb.8 Schema der optischen Strukturabtastung mittels Lichtleitkabeln

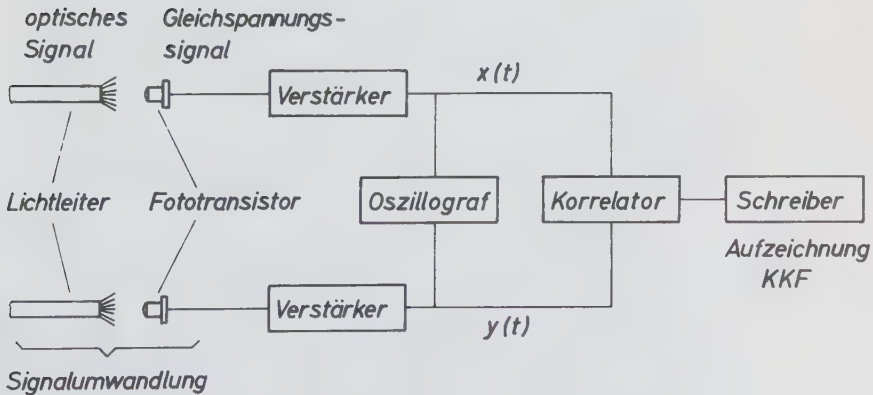


Abb.9 Prinzip der elektronischen Verarbeitung der Meßsignale (Optischer Geber)

schen Strukturabtastung ist in Abb.8 dargestellt.

Das auf diese Weise gewonnene optische Signal kann unter Verwendung eines optoelektrischen Bauelementes in ein elektrisches Gleichspannungssignal umgesetzt werden. Verwendet werden zu diesem Zweck Fotofeldeffekt - Transistoren, die ein Spannungssignal von einigen mV liefern. Nach einer etwa 300 - fachen Signalverstärkung wird das Signalpaar dem Korrelationsrechner zugeführt. Das Prinzip der elektronischen Verarbeitung der Gebersignale ist in Abb.9 dargestellt.

An der Schwingrinne wurden Versuche durchgeführt, mit dem Ziel, eine optimale Kombination von Lichtleitertyp, Lichtleiteranordnung und dem verwendeten Versuchsgut zu finden. Dabei waren folgende Erscheinungen zu berücksichtigen:

1. Der Geber registriert den mittleren Helligkeitswert der von ihm erfaßten Fläche. Wird diese Fläche zu groß gemacht, so groß, daß sehr viele einzelne Körner erfaßt werden, so ist die mittlere Helligkeit zeitlich konstant. Man erhält ein zu einem konstanten Wert degeneriertes Spannungssignal, das keine Auswertung zuläßt. Die erfaßte Fläche muß also so klein gewählt werden, daß ihre Ausdehnung der einzelner Körner oder Korngruppen in etwa entspricht.
2. Wird der Erfassungsbereich des Gebers zu klein gewählt, so besteht - etwa bei ungenauer Geberausrichtung - das Risiko, daß die Körner, die bei der ersten Meßstelle das Meßsignal erzeugen, die zweite Meßstelle überhaupt nicht passieren. Das an der zweiten Meßstelle entstehende Signal wird von anderen Körnern verursacht. Es hat daher mit dem ersten Signal keinerlei Verwandtschaft und kann somit zu keinem Meßergebnis führen.
3. In Bezug auf den Abstand der beiden Meßstellen voneinander gilt folgendes. Der Geberabstand muß groß sein, verglichen mit dem Rutschweg pro Schwingungszyklus, um die Bewegung als quasistationär auffassen zu können.

Ferner gilt, bei einer Verkleinerung des Abstandes vergrößert sich der relative Fehler, der über eine ungenaue Bestimmung des Geberabstandes in die Messung der Feststoffgeschwindigkeit eingeht. Bei einer Vergrößerung des Geberabstandes verschlechtert sich die Auswertbarkeit der Signale, bedingt durch eine Strukturänderung, etwa durch eine Umgruppierung der signalerzeugenden Elemente während des Durchlaufens der Meßstrecke. Es ist leicht vorstellbar, daß bei einem extrem großen Geberabstand die beiden Signale keinerlei gegenseitige Verwandtschaft mehr aufweisen. Es sind zwei vollkommen unabhängige stochastische Signale, die zu einer Geschwindigkeitsmessung nach dem beschriebenen Korrelationsverfahren nicht verwertbar sind.

Bei den Versuchen wurden neben der Lichtleiteranordnung der Durchmesser des Faserbündels des Lichtleiters, sowie der Fasertyp selbst variiert. Die verschiedenen Fasertypen unterscheiden sich durch den Öffnungswinkel des Lichtabstrahlkegels.

Im Hinblick auf die in der Zentrifuge auszuführenden Messungen wurden zwei verschiedene Meßwertgeber entwickelt. Ein Gebertyp ist für die Messung der Geschwindigkeit der obersten Schicht, also der Messung an der freien Oberfläche der Schüttung vorgesehen. Der zweite Gebertyp dient zur Messung der Geschwindigkeit der direkt auf der Unterlage, der Schwingrinne bzw. der Wand des Zentrifugenkorbes liegenden Gutschicht.

Ein für die Messung an der freien Schüttgutoberfläche geeigneter Meßwertgeber ist in Abb.10 dargestellt. Er besteht aus zwei Lichtleitkabeln mit verschiedenen Abstrahlwinkeln.

Die vom Geber erfaßte Fläche ist vom Abstand des Gutes zum Geber weitgehend unabhängig. Der Arbeitsbereich des Gebers in Bezug auf den Abstand von der Gutoberfläche liegt bei etwa 8 - 30 mm, wobei der Maximalabstand durch die geringer werdende Empfindlichkeit des Gebers bedingt ist.

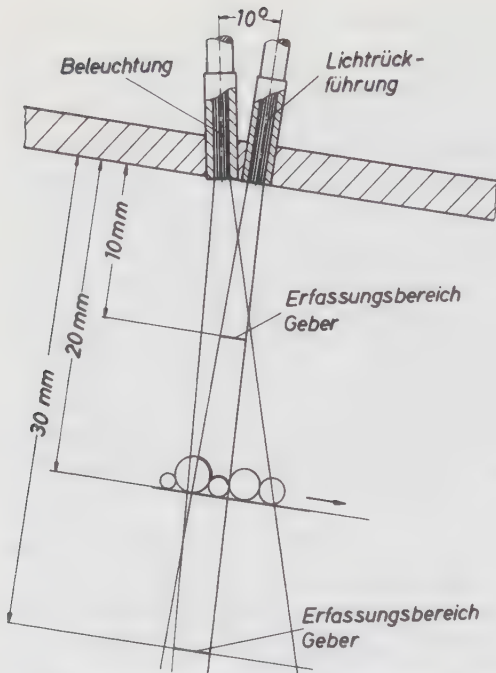


Abb.10 Optischer Meßwertgeber (Messung an Schüttgutoberfläche)

Ein großer Wert für den maximalen Abstand Gut/Geber ist für den Einsatz in der Zentrifuge von großer Wichtigkeit, da sich bei den verschiedenen Zentrifugeneinstellungen innerhalb einer Meßreihe die Kuchendicke, und damit der Abstand Geber/Kuchenoberfläche ändert. Liegen die Abstandsänderungen im Bereich von 30 mm, braucht die Zentrifuge nicht jedesmal zwecks Neujustierung der Meßwertgeber angehalten zu werden. Es genügt ein Nachregeln der Beleuchtungsintensität oder des Verstärkungsfaktors, um den veränderten Abstand auszugleichen.

Als geeigneter Abstand der beiden Meßwertgeber voneinander wurden 5 - 10 mm ermittelt.

Einige Typen der für die Geschwindigkeitsmessung an der auf einer Unterlage liegenden Schüttgutschicht verwendbaren Meßwertgeber sind in Abb.11 dargestellt.

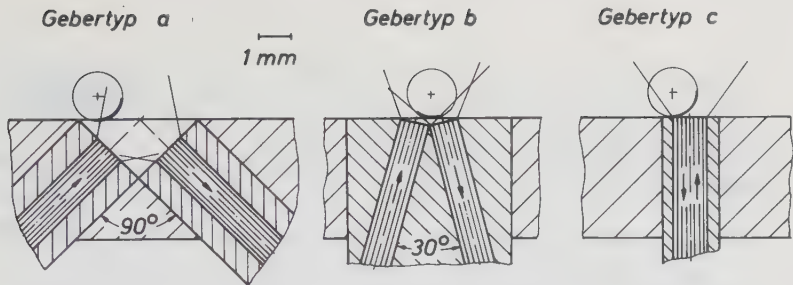


Abb. 11 Verschiedene Typen von Lichtleitkabel-Meßwertgebern

Wegen des schwierigen Einbaus und der Gefahr einer Störung der Gutbewegung an der Meßstelle wurden die Typen a) und b) verworfen. Es wurde Typ c) entwickelt. Bei ihm sind Beleuchtung und Lichtrückführung in einem Lichtleitkabel zusammengefaßt. Dies ist möglich, da das Licht nicht von einer zur anderen der im Bündel zusammengefaßten Glasfasern übertreten kann.

Die Verwendung von serienmäßigen zweiarmigen Lichtleitkabeln war wegen der zu großen äußeren Abmessungen und den Anforderungen, die an die Konfiguration der Fasern im aktiven Querschnitt an der Meßstelle zu stellen sind, nicht möglich. Als Ausgangsmaterial wurden bei der Geberherstellung serienmäßige Lichtleitkabel von 1 mm Bündeldurchmesser und 2700 mm Länge verwendet. Die Kabel enthalten etwa 500 einzelne Fasern von 40  $\mu\text{m}$  Durchmesser. Die Lichtleitkabel wurden nachträglich in zwei etwa gleich starke Teilbündel aufgeteilt (siehe Abb. 12). Die Teilbündel wurden in PVC-Schutzschläuche eingezogen und in neue Endhülsen eingeklebt. Zur Reduzierung der Lichtverluste wurde eine optische Politur der Endflächen durchgeführt.

Das know-how der Herstellerfirma in Bezug auf eine derartige Verarbeitung von Glasfasern konnte leider nur teilweise zugänglich gemacht werden. Die anstehenden Probleme konnten jedoch dank der Hilfe des Instituts für Werkstoffwissenschaften III (Glas und Keramik) gelöst werden.

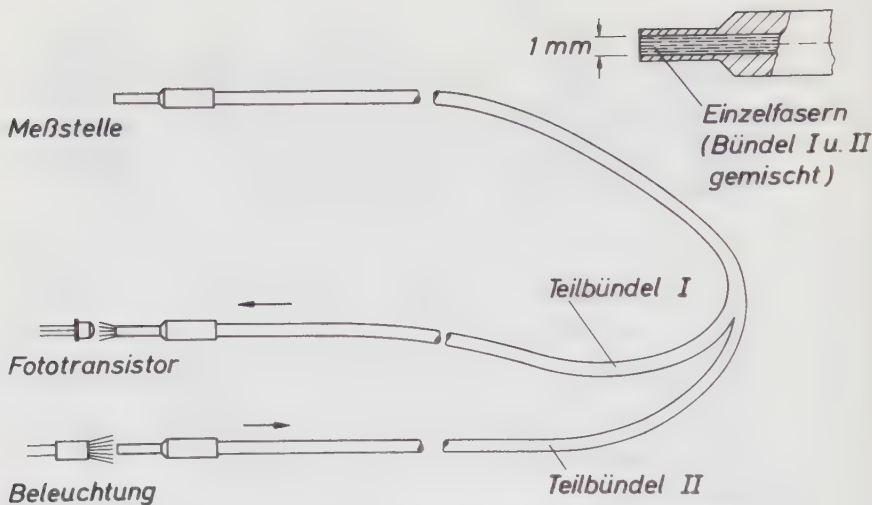


Abb. 12 Zweiarmliger Lichtleitkabel-Meßwertgeber

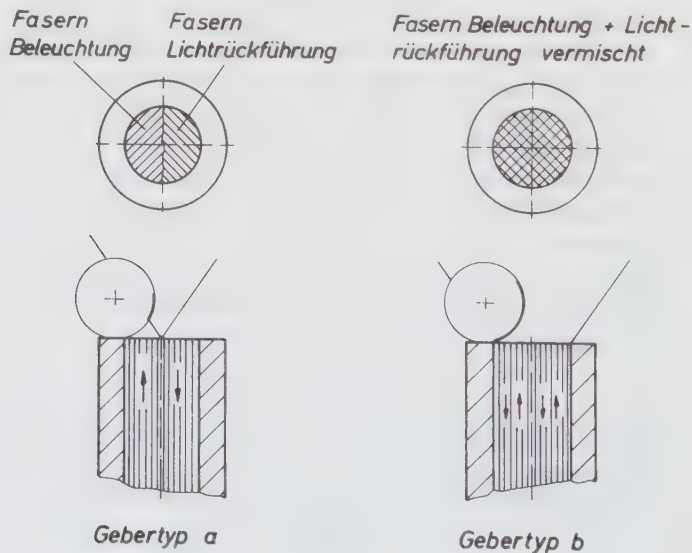


Abb. 13 Anordnungen der Lichtleitfasern im Meßquerschnitt

In Abb.13 sind zwei mögliche Konfigurationen von Beleuchtungsfasern und Rückleitfasern dargestellt. Zunächst wurde die Anordnung a) erprobt. Beleuchtungsfasern und Rückleitfasern sind in Form von zwei Halbkreisen angeordnet. Die eigentliche Meßstelle, an der das Signal entsteht, ist die Trennlinie zwischen den beiden Fasergruppen. Sie wird quer zur Richtung der Gutbewegung angeordnet. Der Gebertyp zeichnet sich dadurch aus, daß die Meßstelle klar definiert ist und damit bei der Auswertung der Messungen der einzusetzende Abstand der beiden Geber eindeutig festliegt. Nachteilig sind die großen herstellungsmäßigen Schwierigkeiten, die sich aus der Forderung nach einem sorgfältigen Ordnen der einzelnen Fasern bei der Aufteilung in die zwei Teilbündel ergeben.

Anordnung b) in Abb.13 zeigt einen "Mischgeber". Bei ihm sind Beleuchtungsfasern und Rückleitfasern gleichmäßig miteinander vermischt. Dieser Gebertyp hat meßtechnisch die gleichen guten Eigenschaften wie der Typ a), ist jedoch wesentlich einfacher herzustellen.

Als günstiger Wert für den Abstand von Geber zu Geber wurde der Wert von 5-8 mm ermittelt.

Bei den Untersuchungen im Rahmen der Rinnenversuche wurde zwei Fragestellungen besondere Aufmerksamkeit geschenkt.

1. Führt die Signalverzerrung infolge der ruckweisen Gutbewegung zu einer Fehlmessung ?
2. Kann beim "Mischgeber" als Abstand der beiden Geber voneinander der Abstand der Mittelpunkte der Faserbündel angesetzt werden ?

Umfangreiche Kontrollmessungen an der Schwingrinne ergaben eindeutig, daß die erste Frage mit "nein" beantwortet werden kann, daß ferner für den Geberabstand beim "Mischgeber" der Abstand der Mittelpunkte der Faserbündel eingesetzt werden kann.

### 3.3 Meßwertübertragung aus der Zentrifuge

Bei der Messung von Feststoffgleitgeschwindigkeiten in der laufenden Zentrifuge stellt sich das Problem der Herausführung der Meßsignale aus dem rotierenden und schwingenden System. Um dieses Problem zu lösen, wurde ein spezielles Übertragungssystem entwickelt.

Die im Zentrifugenkorb eingebauten Geber - siehe Abb.14 - unterliegen neben der Rotationsbewegung auch der Schwingbewegung des Zentrifugenkorbes.

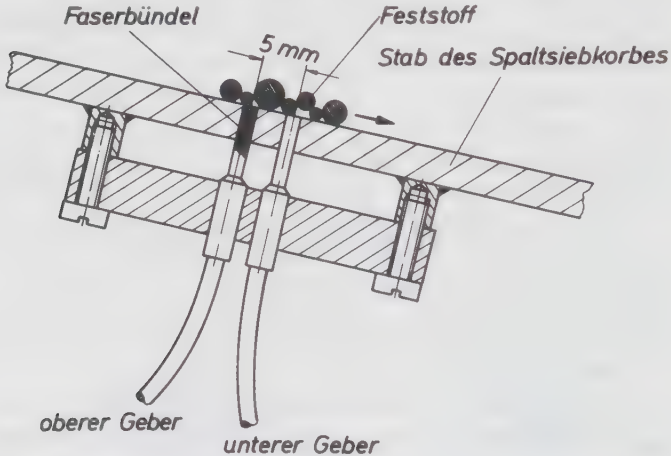


Abb.14 Befestigung der Lichtleiter-Meßwertaufnehmer im Zentrifugenkorb

Die Flexibilität der Lichtleitkabel gestattet es, die Lichtleitkabel zunächst von der schwingenden und rotierenden Zentrifugentrommel zu einem nur rotierenden Teil der Zentrifuge zu führen und damit die Schwingung zu eliminieren (siehe Abb.15). An dieser Stelle ist eine hohle Doppelgeelenkwelle befestigt, durch die die Lichtleiter aus der Zentrifuge herausgeführt werden.

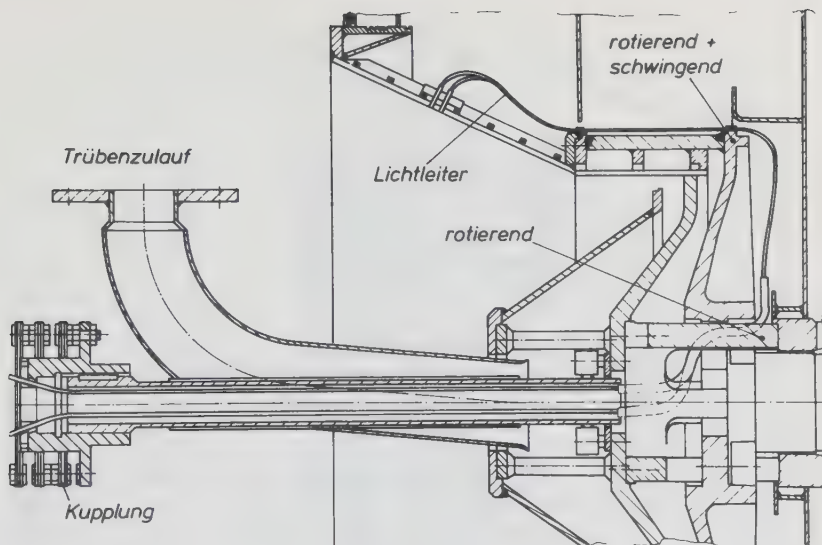


Abb.15 Führung der Lichtleitkabel in der Zentrifuge

Eine extern gelagerte Welle, die als Träger für die Lichtleiter und die elektronischen Baugruppen dient, ist an die Doppelgelenkwelle angekuppelt (siehe dazu Abb.16, Seite 20,21). Die wesentlichen Teile sind - in Abb.16 von rechts nach links - die elastische Kupplung, eine Trommel, die dem Längenausgleich der Lichtleiter dient, das erste Lager, eine Scheibe als Träger für die Fototransistoren und die Enden der das Reflexlicht rückführenden Lichtleiterarme, zwei Trommeln und eine Scheibe zur Aufnahme von elektronischen Bauelementen, das zweite Lager und der Schleifringkörper. Die Beleuchtungs-Lichtleiterarme sind bis zum linken Ende der Welle durchgeführt und liegen dort im Lichtkegel einer mit Gleichstrom betriebenen Lampe. Die Elektronikbausteine sind in den beiden Trommeln in abgeschirmten Sektoren auf Druckplatten angeordnet. Maßgebend für ihre Anordnung war die Forderung, die auf sie wirkenden Zentrifugalkräfte möglichst klein zu halten. Die Übertragungseinheit wurde für eine Maximaldrehzahl von 1200 U/min ausgelegt.

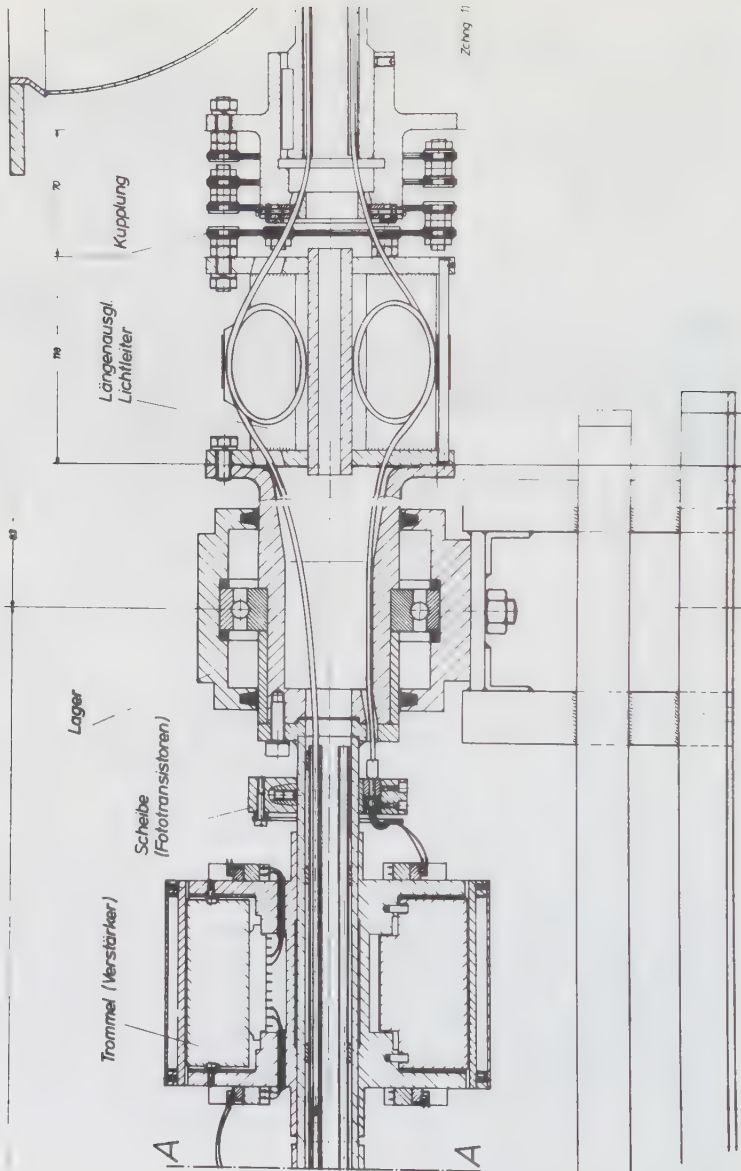


Abb.16 Konstruktion des Meßwertübertragungssystems

680

Trommel (Modulation)

Scheibe (elekt. Bauteile)

Lager

Schleifringe

Beleuchtung

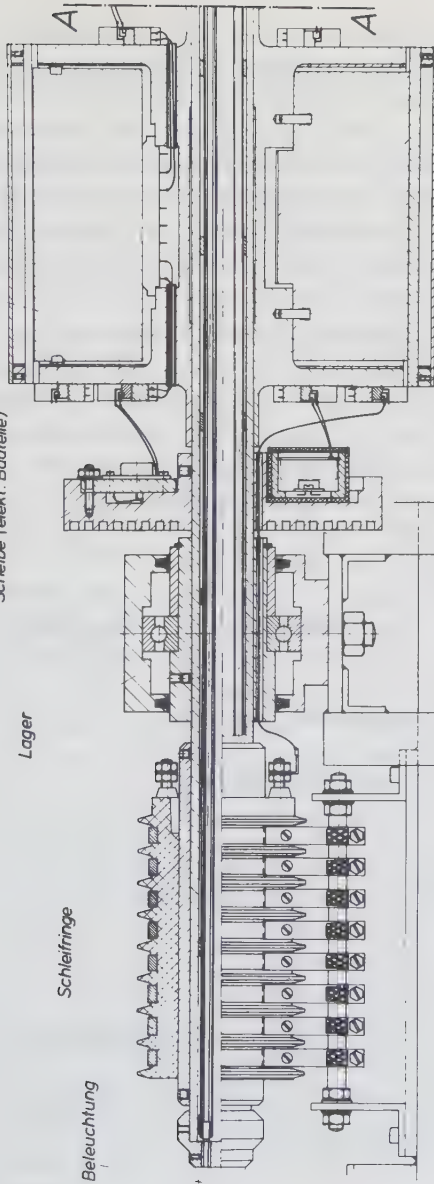


Abb.17 zeigt das Schema der elektronischen Übertragung und Verarbeitung der Gebersignale. Das vom Lichtleiter zurückgeführte Reflexlicht wird in einem Fototransistor in ein elektrisches Spannungssignal umgesetzt. Das Signal wird verstärkt und im Trägerfrequenzverfahren mit Frequenzmodulation aus dem rotierenden System herausgebracht. Ein derartiges Vorgehen ist wegen der sehr schwachen Spannungssignale, die am Fototransistor anfallen, für eine einwandfreie Signalübertragung unerlässlich.

Die Verwendung des Zeitmultiplexverfahrens gestattet eine simultane Übertragung von einem, in der zweiten Ausbaustufe von 4 Signalpaaren. Es können somit Gleitgeschwindigkeiten an vier Punkten in der Zentrifugentrommel gemessen werden durch sukzessive Verarbeitung von jeweils einem Signalpaar im Korrelationsrechner.

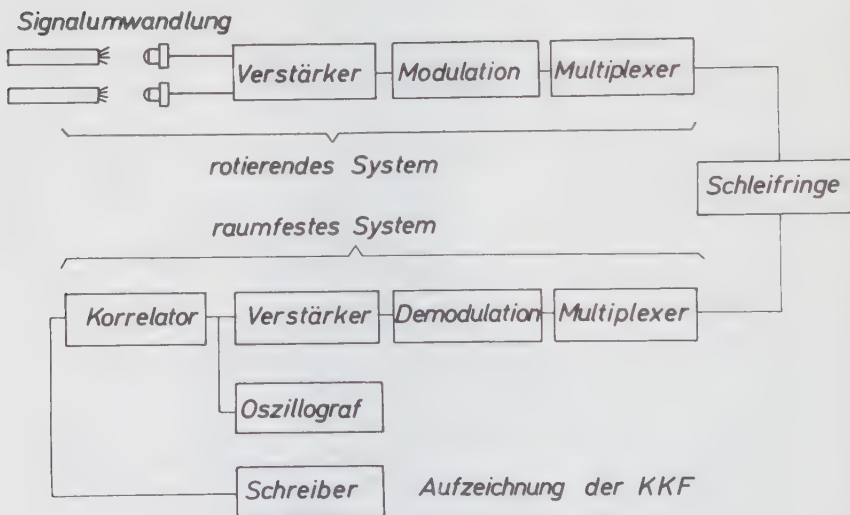


Abb. 17 Schema der elektronischen Verarbeitung der Gebersignale

#### 4. Feststoffbewegung in Schwingsiebzentrifugen

##### 4.1 Problemstellung - Stand der Technik

Für den industriellen Betrieb von Schwingsiebzentrifugen sind zwei Größen von besonderer Wichtigkeit: der Durchsatz der Zentrifuge und die Restfeuchte des aus der Zentrifuge ausgeworfenen Feststoffs. Beide Größen sind eng mit der Verweilzeit des Feststoffs in der Zentrifuge und damit mit der Transportgeschwindigkeit verknüpft.

Es ist bekannt und auch leicht einzusehen, daß beide Größen gegenläufig sind. Eine hohe Transportgeschwindigkeit ergibt einen großen Durchsatz, jedoch ein schlechtes Entwässerungsergebnis und umgekehrt. Eine theoretisch und experimentell gesicherte Verknüpfung der Transportgeschwindigkeit mit den Feststoffeigenschaften, den konstruktiven Gegebenheiten der Zentrifuge und den jeweiligen Betriebsparametern der Zentrifuge existiert bisher nicht. Das bedeutet, daß bei der Neukonstruktion einer derartigen Zentrifuge viele Fragen seitens des Konstrukteurs offenbleiben. Die Frage, ob als Nachfolgetyp bei fälligen Neuentwicklungen wieder eine Axialschwingzentrifuge oder besser eine Drehschwingzentrifuge in Angriff genommen werden soll, ist in der gesamten zentrifugenbauenden Industrie unbeantwortet. Auch die verfahrenstechnische Auslegung wird derzeit weitgehend empirisch betrieben.

##### 4.2. Stand der experimentellen und theoretischen Forschung

Nach Wissen des Verfassers gibt es im westlichen Sprachraum derzeit keine experimentellen oder theoretischen Arbeiten, die sich speziell mit dem Problem der Feststoffbewegung in Schwingsiebzentrifugen befassen. Eine Ausnahme bildet das 1971 in der DDR in deutscher Übersetzung erschienene russische Buch "Moderne Industriezentrifugen" von W.J.SOKOLOW [3]. Die dem Kapitel Schwingzentrifugen zugrundeliegenden russischen Arbeiten werden im folgenden einzeln behandelt.

Es seien zunächst einige Arbeiten genannt, die das behandelte Problem nicht direkt betreffen, jedoch an die Problemstellung angrenzen. Es sind dies Arbeiten über die Schwingförderung, die wegen der grundsätzlichen Ähnlichkeit von Schwingförderung und Feststofftransport in Schwingzentrifugen mit herangezogen werden können. Sie haben entweder die allgemeine Untersuchung des Schwingförderprozesses zum Ziel [4][5], oder sie beschäftigen sich mit speziellen Fragestellungen, wie den Abhebebedingungen bei der Wurf-förderung [6], oder der Erzielung einer maximalen Transportgeschwindigkeit [7][8].

Direkt die Feststoffbewegung in Schwingzentrifugen betreffend müssen zwei theoretische Arbeiten von GOL'DIN [9][10] und vier experimentelle Arbeiten von GOL'DIN [11], KAMINSKIJ [12][13], und von ŠLAU [14] genannt werden. Zunächst zur theoretischen Behandlung.

GOL'DIN beschreibt das Bewegungsverhalten eines Feststoffteilchens auf der Wand des Siebkorbes einer Axialschwingzentrifuge mit Hilfe der Massenpunktkinetik. Die Wirkung der Corioliskraft wird dabei von vorneherein vernachlässigt, was die Beschreibung des Rutschvorgangs durch eine vergleichsweise einfache, analytisch lösbare Differentialgleichung ermöglicht. Es werden sämtliche grundsätzlich möglichen Bewegungsformen des Massenelementes auf der Siebtrommel, Vorwärtsrutschen, Vorwärts- und Rückrutschen, Abheben von der Wand etc. behandelt und die Grenzbedingungen für diese Bewegungsformen angegeben.

Die Arbeit gibt einen umfassenden Überblick über die theoretisch möglichen Gutbewegungen bei der Axialschwingzentrifuge. Die Drehschwingzentrifuge wird nicht behandelt. Kritisch vermerkt werden muß das Fehlen einer Lösung, die die Wirkung der Corioliskraft mit einbezieht. Genaue Aussagen über die Wirkung dieser Kraft und eine Abschätzung des Fehlers, der bei ihrer Vernachlässigung auftritt, sind somit nicht möglich. Durch die Behandlung sämtlicher theoretisch denkbarer Bewegungsvarianten - auch der praktisch nicht interessierenden -

gestaltet sich die Berechnung der Feststoffgeschwindigkeit außerordentlich kompliziert. Eine Anwendung in der industriellen Praxis ist somit von vorneherein praktisch ausgeschlossen.

Experimentelle Untersuchungen werden mit einer halbkontinuierlichen Axialschwingenzentrifuge durchgeführt [12][13][14].

Dabei wird nach der Zentrifugierphase die Trommeldrehzahl so weit abgesenkt, daß der Feststoffrückstand durch die Korbschwingung ausgetragen wird. Untersucht wird die Austragsdauer des Feststoffs als Funktion der Betriebsparameter der Zentrifuge. Die Ergebnisse sind in Form einer Kenngrößen-gleichung dargestellt. Es wird festgestellt, daß die Feuchte der Gutschicht, die Dicke, die Dispersität, die Art des Feststoffs, sowie der Reibwert zwischen Feststoff und Trommelfwand keinen oder fast keinen Einfluß auf die Austragsdauer haben. Als signifikante Größen werden neben Korbwinkel, Korbdurchmesser, der Drehzahl von Zentrifugenkorb und Schwingungserregung und der Schwingungsamplitude nur die Dichte des Feststoffs und die des auszutragenden Feststoffrückstandes genannt.

Eine Verknüpfung der Ergebnisse mit den theoretischen Aussagen von GOL'DIN wird leider nicht gegeben.

#### 4.3 Konzeption der eigenen Arbeit

Die Arbeit gliedert sich in einen theoretischen und einen experimentellen Teil.

Ziel der theoretischen Untersuchung ist es, mit Hilfe der Kinetik des Massenpunktes zu einer Beschreibung des Bewegungsverhaltens des Feststoffs auf dem Siebkorb von Axial- und Drehschwingzentrifugen zu kommen. Eine strikte Beschränkung auf den praktisch interessierenden Bewegungstyp, bei Vernachlässigung aller anderen, lediglich theoretisch interessierenden Bewegungsformen gestattet eine Darstellung, die eine Stufung der Arbeit, von der strengen Beschreibung, bis zur leicht handhabbaren, auf die industrielle Praxis abgestimmten Beschreibung gestattet. Es wird ferner möglich, Axial- und Drehschwingzentrifuge miteinander zu vergleichen.

Die Basis bildet die Behandlung des Bewegungsverhaltens eines Massenelementes unter Einschluß der Wirkung der Corioliskraft und das numerische Lösen des sich ergebenden, die Feststoffbewegung beschreibenden Differentialgleichungssystems. Es ist die Beschreibung mit der höchsten Genauigkeit, sie gilt für beide Zentrifugentypen, mit ihr können Näherungslösungen auf ihre Genauigkeit überprüft werden.

Für die Axialschwingzentrifuge werden Vereinfachungen eingeführt, die die Bereitstellung einer für die industrielle Praxis geeigneten Berechnungsform gestatten. Bei der Drehschwingzentrifuge wurde auf die Aufstellung von Näherungsformeln verzichtet.

Die Aufgabe des experimentellen Teils der Arbeit ist es, zur Kontrolle der theoretischen Aussagen eine lokale Messung von Feststoffgeschwindigkeiten in einer Schwingzentrifuge durchzuführen, d.h. genau die Werte experimentell zu bestimmen, die mit Hilfe der theoretischen Aussagen berechnet werden können. Globale Meßmethoden, etwa Durchsatzmessungen, liefern keine eindeutigen Aussagen über die an einer bestimmten Stelle

vorliegende Feststoffgeschwindigkeit.

Die zur Durchführung derartiger lokaler Geschwindigkeitsmessungen notwendigen Einrichtungen wurden in Kapitel 3 beschrieben.

#### 4.4 Theorie der Feststoffbewegung in Schwingzentrifugen

##### 4.4.1 Vorbemerkung

Im folgenden Kapitel werden die Bewegungsgleichungen für ein Massenelement aufgestellt. Man erhält - das sei vorweggenommen - ein Differentialgleichungssystem mit zwei Differentialgleichungen. Eine Lösung dieses Systems liefert Weg und Geschwindigkeit des sich bewegenden Massenelementes in Richtung Gutaustrag und quer dazu.

In einem nächsten Schritt wird gefragt, unter welchen Bedingungen der Rutschvorgang überhaupt eintritt, nach welchen Formen die Bewegung des Massenelementes auf seiner schwingenden Unterlage ablaufen kann, wie der Zeitpunkt des Rutschbeginns zu berechnen ist, und wann die jeweilige Rutschphase beendet ist. Das Differentialgleichungssystem gilt dabei für das Zeitintervall in dem das Element rutscht, kurz für die "Gleitphase".

Eine Verknüpfung von Lösungen des Differentialgleichungssystems mit den Bestimmungsstücken für den Rutschbeginn und das Rutschende in Form von Rechenprogrammen oder formelmäßigen Beziehungen liefert die mittlere Bewegungsgeschwindigkeit des Massenelementes für eine bestimmte Stelle des Zentrifugenkorbes, oder die Verweilzeit des Massenelementes im Zentrifugenkorb.

#### 4.42 Aufstellung der Bewegungsgleichungen für ein Massenelement in einer Axial- oder Drehschwingzentrifuge

Ein Massenelement  $m$ , das sich auf der Innenseite des Siebkorbes einer Schwingsiebzentrifuge befindet, gelangt unter der Wirkung der an ihm angreifenden Kräfte von der Gutaufgabeseite zum Gutaustrag, also vom kleinen zum großen Durchmesser des konischen Siebkorbes. Unter Anwendung der Kinetik des Massenpunktes lassen sich die die Bewegung des Massenelementes beschreibenden Bewegungsgleichungen aufstellen. Es wird dazu ein absolutes Zylinderkoordinatensystem mit der in Abb.18 angegebenen Orientierung verwendet.

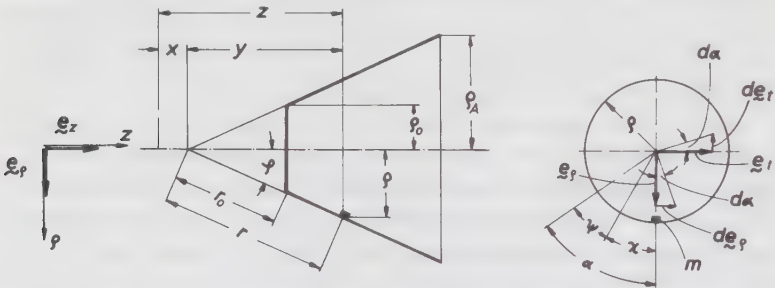


Abb.18 Koordinatensystem zur Aufstellung der Bewegungsgleich. Für das Verschiebungsdifferential des Massenelementes  $m$  ergibt sich

$$d\mathbf{p} = dz \mathbf{e}_z + dr \mathbf{e}_r + r d\alpha \mathbf{e}_\varphi \quad (2.1)$$

und somit für die Geschwindigkeit

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \dot{z} \mathbf{e}_z + \dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\alpha} \mathbf{e}_\varphi \quad (2.2)$$

$\mathbf{e}_r$ ,  $\mathbf{e}_\varphi$  und  $\mathbf{e}_z$  sind die aufeinander senkrecht stehenden, mit dem Massenelement  $m$  mitbewegten Einheitsvektoren in  $r$ ,  $\varphi$  und  $z$ -Richtung. Der Beschleunigungsvektor ergibt sich durch formales Differenzieren des Geschwindigkeitsvektors nach der Zeit

$$\mathbf{b} = \ddot{z} \mathbf{e}_z + \dot{z} \dot{\mathbf{e}}_z + \ddot{r} \mathbf{e}_r + \dot{r} \dot{\mathbf{e}}_r + (\dot{\varphi} \dot{\mathbf{e}}_\varphi + r \ddot{\alpha}) \mathbf{e}_\varphi + r \dot{\alpha} \dot{\mathbf{e}}_\varphi \quad (2.3)$$

Die Änderungen der Einheitsvektoren bei einer Absolutverschiebung des Massenelementes um  $d\alpha$  sind in Abb.18 eingezeichnet. Es gilt offensichtlich

$$d\underline{e}_\varphi = 1 \cdot d\alpha \underline{e}_t \Rightarrow \frac{d\underline{e}_\varphi}{dt} = \dot{\underline{e}}_\varphi = \dot{\alpha} \underline{e}_t \quad (2.4)$$

$$d\underline{e}_t = -1 \cdot d\alpha \underline{e}_\varphi \Rightarrow \frac{d\underline{e}_t}{dt} = \dot{\underline{e}}_t = -\dot{\alpha} \underline{e}_\varphi \quad (2.5)$$

Der Einheitsvektor  $\underline{e}_z$  zeigt in Richtung der Drehachse, bleibt somit während der Drehung konstant und folglich gilt

$$\frac{d\underline{e}_z}{dt} = \dot{\underline{e}}_z = 0 \quad (2.6)$$

Werden diese Werte für die Ableitungen der Einheitsvektoren nach der Zeit in Gleichung 2.3 eingesetzt, erhält man für die Beschleunigung

$$\underline{b} = \ddot{z} \underline{e}_z + (\ddot{\varphi} - \varphi \dot{\alpha}^2) \underline{e}_\varphi + (\varphi \ddot{\alpha} + 2\dot{\varphi} \dot{\alpha}) \underline{e}_t \quad (2.7)$$

Im nächsten Rechenschritt werden die Absolutkoordinaten durch Relativ- und Führungskordinaten ausgedrückt (siehe Abb.18). Für die Drehbewegung gilt

$$\alpha = \chi + \gamma \quad (2.8)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\chi} + \dot{\gamma} \quad (2.9)$$

$$\ddot{\alpha} = \ddot{\chi} + \ddot{\gamma} \quad (2.10)$$

$\alpha$  ist die absolute Winkelkoordinate des Massenelementes,  $\gamma$  die Winkelkoordinate der Führung, also des Siebkorbes und  $\chi$  der relative Winkelweg des Massenelementes gegenüber dem Siebkorb.

Entsprechendes gilt für die Bewegung in Richtung der Drehachse

$$z = x + y \quad (2.11)$$

$$\dot{z} = \dot{x} + \dot{y} \quad (2.12)$$

$$\ddot{z} = \ddot{x} + \ddot{y} \quad (2.13)$$

$z$  ist die Absolutkoordinate,  $x$  die Führungskordinate und  $y$  die Relativkoordinate.

Setzt man außerdem voraus, daß das Massenelement zu keinem Zeitpunkt vom Siebkorb abhebt, so lassen sich außerdem  $y$  und  $\varphi$  durch den Abstand des Massenelementes von der Kegelspitze  $r$  und den Kegelwinkel  $\varphi$  ausdrücken

$$y = r \cos \varphi \quad (2.14)$$

$$\varphi = r \sin \varphi \quad (2.15)$$

Eingesetzt in Gleichung 2.2 ergibt sich für die Geschwindigkeit

$$\underline{v} = (\dot{x} + \dot{r} \cos \varphi) \underline{e}_z + \dot{r} \sin \varphi \underline{e}_\varphi + r \sin \varphi (\ddot{x} + \ddot{\varphi}) \underline{e}_\varphi \quad (2.16)$$

und für die Beschleunigung nach Gleichung 2.7

$$\begin{aligned} \underline{b} = & [\ddot{x} + \ddot{r} \cos \varphi] \underline{e}_z \\ & + \sin \varphi [\ddot{r} - r(\ddot{x} + \ddot{\varphi})^2] \underline{e}_\varphi \\ & + \sin \varphi [r(\ddot{x} + \ddot{\varphi}) + 2\dot{r}(\dot{x} + \dot{\varphi})] \underline{e}_\varphi \end{aligned} \quad (2.17)$$

Um die weitere Rechnung zu vereinfachen, werden entsprechend Abb. 19 neue Einheitsvektoren in  $r$ - und  $n$ -Richtung eingeführt.

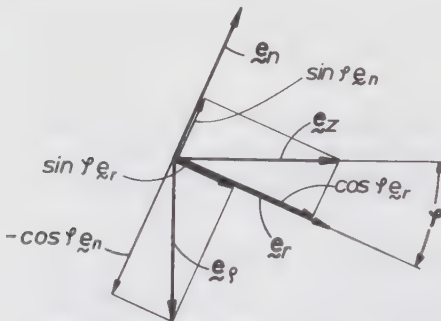


Abb.19 Übergang von  
Z - φ - Koordinaten zu  
r - n - Koordinaten

Man entnimmt Abb.19 die Beziehungen

$$\underline{e}_z = \cos \varphi \underline{e}_r + \sin \varphi \underline{e}_n \quad (2.18)$$

$$\underline{e}_\varphi = \sin \varphi \underline{e}_r - \cos \varphi \underline{e}_n \quad (2.19)$$

Werden  $\underline{e}_r$  und  $\underline{e}_n$  in Gleichung 2.17 eingeführt, ergibt sich für den Beschleunigungsvektor

$$\begin{aligned}\underline{b} = & [\ddot{x} \cos \varphi + \ddot{r} - \sin^2 \varphi r (\dot{\chi} + \dot{\psi})^2] \underline{e}_r \\ & + \sin \varphi [\ddot{x} + r \cos \varphi (\dot{\chi} + \dot{\psi})^2] \underline{e}_n \\ & + \sin \varphi [r (\ddot{\chi} + \ddot{\psi}) + 2 \dot{r} (\dot{\chi} + \dot{\psi})] \underline{e}_t\end{aligned}\quad (2.20)$$

Die Newtonsche Grundgleichung der Dynamik

$$K_r \underline{e}_r + K_n \underline{e}_n + K_t \underline{e}_t = \underline{K} = m \underline{b} \quad (2.21)$$

ergibt komponentenweise geschrieben

$$K_r = m [\ddot{x} \cos \varphi + \ddot{r} - r \sin^2 \varphi (\dot{\chi} + \dot{\psi})^2] \quad (2.22)$$

$$K_n = m \sin \varphi [\ddot{x} + r \cos \varphi (\dot{\chi} + \dot{\psi})^2] \quad (2.23)$$

$$K_t = m \sin \varphi [r (\ddot{\chi} + \ddot{\psi}) + 2 \dot{r} (\dot{\chi} + \dot{\psi})] \quad (2.24)$$

$\underline{K}$  ist der Kraftvektor aller am Massenelement angreifenden äußeren Kräfte. Dies ist neben der Normalkraft lediglich die Reibkraft, die im folgenden nach Betrag und Richtung bestimmt wird.

Die Schwerkraft wird vernachlässigt. Dies ist in Zentrifugen wegen Schwerkraft  $\ll$  Zentrifugalkraft zulässig.

Mit  $K_n$  als Anpreßkraft auf das Teilchen ergibt sich für den Betrag der Reibkraft

$$|\underline{F}_R| = \mu K_n = \mu m \sin \varphi [\ddot{x} + r \cos \varphi (\dot{\chi} + \dot{\psi})^2] \quad (2.25)$$

Die Reibkraft wirkt stets in Gegenrichtung der Relativgeschwindigkeit. Mit den Geschwindigkeitskomponenten

$$\begin{array}{ll}\dot{r} & \text{in } r\text{-Richtung} \\ \varphi \dot{\chi} = r \sin \varphi \dot{\chi} & \text{in } t\text{-Richtung} \\ 0 & \text{in } n\text{-Richtung}\end{array}$$

ergibt sich für die Relativgeschwindigkeit der Vektor

$$\underline{v}_{\text{rel}} = \dot{r} \underline{e}_r + r \sin \varphi \dot{\chi} \underline{e}_t$$

mit dem Betrag

$$|\underline{v}_{rel}| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \sin^2 \varphi \dot{\chi}^2}$$

Der Einheitsvektor  $\underline{g}$  in Richtung der Reibkraft ergibt sich somit zu

$$\underline{g} = -\frac{\underline{v}_{rel}}{|\underline{v}_{rel}|} = -\frac{\dot{r}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \sin^2 \varphi \dot{\chi}^2}} \underline{e}_r - \frac{r \sin \varphi \dot{\chi}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \sin^2 \varphi \dot{\chi}^2}} \underline{e}_\chi \quad (2.26)$$

Die Reibkraft ist damit nach Betrag und Richtung bekannt.

$$\underline{F}_R = |\underline{F}_R| \cdot \underline{g} = \mu K_n \underline{g} \quad (2.27)$$

Setzt man die Reibkraft in Gleichung 2.22 und 2.24 ein, so erhält man die beiden Bewegungsgleichungen, die den Rutschvorgang des Massenelementes auf der Siebkorbwand beschreiben:

$$\begin{aligned} & -\mu \sin \varphi [\ddot{x} + r \cos \varphi (\ddot{\chi} + \ddot{\psi})] \cdot \frac{\dot{r}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \sin^2 \varphi \dot{\chi}^2}} \quad (2.28) \\ & = [\ddot{x} \cos \varphi + \ddot{r} - r \sin \varphi (\ddot{\chi} + \ddot{\psi})^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\mu [\ddot{x} + r \cos \varphi (\ddot{\chi} + \ddot{\psi})] \cdot \frac{r \sin \varphi \dot{\chi}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \sin^2 \varphi \dot{\chi}^2}} \quad (2.29) \\ & = [r (\ddot{\chi} + \ddot{\psi}) + 2 \dot{r} (\dot{\chi} + \dot{\psi})] \end{aligned}$$

Aufgelöst nach  $\ddot{r}$  und  $\ddot{\chi}$  ergibt sich

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= r \sin^2 \varphi (\ddot{\chi} + \ddot{\psi})^2 - \ddot{x} \cos \varphi \quad (2.30) \\ & - \mu \frac{\sin \varphi [\ddot{x} + r \cos \varphi (\ddot{\chi} + \ddot{\psi})] \dot{r}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \sin^2 \varphi \dot{\chi}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\chi} &= -2 \frac{\dot{r}}{r} (\dot{\chi} + \dot{\psi}) - \ddot{\psi} \quad (2.31) \\ & - \mu \frac{\sin \varphi [\ddot{x} + r \cos \varphi (\ddot{\chi} + \ddot{\psi})] \dot{\chi}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \sin^2 \varphi \dot{\chi}^2}} \end{aligned}$$

Durch Division mit der Größe  $r_0$ , die den Abstand des Massenelementes von der Kegelspitze zu Beginn des ersten Rutschvorgangs angibt (siehe dazu Abb.18) und durch Einführen einer dimensionsbefreiten Zeit  $\tau$  durch

$$\tau = \omega_1 t \quad (2.32)$$

lassen sich die beiden Bewegungsgleichungen 2.30 und 2.31 in dimensionsloser Form darstellen.  $\omega_1$  ist die Kreisfrequenz der von außen auf den Siebkorb aufgebrachten Axial- oder Drehschwingung. Die Ableitung nach der Zeit  $\tau$  wird mit ' bezeichnet, ferner  $\frac{r}{r_0} = R$  gesetzt. Es ergibt sich damit für die Beschreibung des Rutschvorgangs das Differentialgleichungssystem

$$R'' = R \sin^2 \varphi (\chi' + \psi')^2 - \frac{x''}{r_0} \cos \varphi - \mu R' \sin \varphi \frac{\frac{x''}{r_0} + R \cos \varphi (\chi' + \psi')^2}{\sqrt{R'^2 + R^2 \sin^2 \varphi \chi'^2}} \quad (2.33)$$

$$\chi'' = -2 \frac{R'}{R} (\chi' + \psi') - \psi'' - \mu \chi' \sin \varphi \frac{\frac{x''}{r_0} + R \cos \varphi (\chi' + \psi')^2}{\sqrt{R'^2 + R^2 \sin^2 \varphi \chi'^2}} \quad (2.34)$$

Die Gleichungen 2.22 bis 2.25 werden später noch benötigt. Sie lauten, in gleicher Weise dimensionslos geschrieben, wie folgt:

$$K_r^* = \frac{K_r}{m r_0 \sin \varphi \omega_1^2} = \frac{x''}{r_0} \cot \varphi + \frac{R''}{\sin \varphi} - R \sin \varphi (\chi' + \psi')^2 \quad (2.35)$$

$$K_n^* = \frac{K_n}{m r_0 \sin \varphi \omega_1^2} = \frac{x''}{r_0} + R \cos \varphi (\chi' + \psi')^2 \quad (2.36)$$

$$K_t^* = \frac{K_t}{m r_0 \sin \varphi \omega_1^2} = R (\chi'' + \psi'') + 2 R' (\chi' + \psi') \quad (2.37)$$

$$F_R^* = \frac{|F_R|}{m r_o \sin \varphi \omega_1^2} = \mu \left[ \frac{x''}{r_o} + R \cos \varphi (\chi' + \gamma')^2 \right] \quad (2.38)$$

Es wird im folgenden eine harmonische Schwingungserregung des Siebkorbes vorausgesetzt, also

$$x(\tau) = x_o + x_1 \cos \tau \quad \text{für die Axialschwingung}$$

und

$$\gamma(\tau) = \gamma_o + \frac{\omega_o}{\omega_1} \tau + \gamma_1 \cos \tau \quad \text{für die Drehschwingung.}$$

$x_1$  ist die Amplitude der Axialschwingung,  $\gamma_1$  die der Drehschwingung,  $\omega_o$  die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Siebkorbes. Mit

$$x'' = -x_1 \cos \tau \quad (2.39)$$

$$\gamma' = \frac{\omega_o}{\omega_1} - \gamma_1 \sin \tau \quad (2.40)$$

$$\gamma'' = -\gamma_1 \cos \tau \quad (2.41)$$

sind somit die im Differentialgleichungssystem vorkommenden Führungsgeschwindigkeiten und -beschleunigungen als Funktion der Zeit  $\tau$  bekannt. Das System ist also von der Form

$$R'' = f(\tau, R', R, \chi')$$

$$\chi'' = g(\tau, R', R, \chi')$$

#### 4.43 Bewegungsverhalten des Massenelementes - Grenzbedingungen für die Zentrifugeneinstellung

##### 4.431 Axialschwingzentrifuge ( $\gamma_1 = 0$ )

In Abhängigkeit von den Betriebsparametern der Zentrifuge, Trommeldrehzahl, Schwingfrequenz, Schwingungsamplitude und Korbwinkel, sowie dem Reibungsbeiwert des Feststoffs auf der Trommelwand ergeben sich bei der Axialschwingzentrifuge fünf mögliche Formen für die periodische Bewegung des Massenelementes auf der Korbwandung:

1. Das Massenelement kommt überhaupt nicht ins Rutschen.
2. Das Massenelement durchläuft eine Rutschphase und eine Ruhephase pro Schwingungszyklus ("Vorwärtsrutschen").
3. Das Massenelement durchläuft zwei Rutsch- und zwei Ruhephasen pro Schwingungszyklus. Dabei gleitet das Massenelement abwechselnd in Austrags- und in Gegenrichtung ("Vorwärts- und Rückrutschen").
4. Das Massenelement bewegt sich nach 3. ,hebt dabei zeitweilig von der Korbwandung ab ("Abheben").
5. Das Massenelement rutscht und kommt innerhalb eines Schwingungszyklus relativ zur Korbwandung nicht mehr zur Ruhe ("Durchrutschen").

Der wichtigste Bewegungstyp, der im folgenden ausschließlich behandelt wird, ist der zweite. Eine Bewegung nach 3. oder 4. ist aus Verschleißgründen meist unerwünscht. Sie tritt außerdem nur bei sehr hohen Schwingbeschleunigungen auf, die technisch meist nicht zu realisieren sind. Eine Bewegung nach 5. ist der Bewegung eines Massenelementes in einer Gleitzentrifuge ähnlich. Sie ist ebenfalls unerwünscht, da sich die gleichen Nachteile ergeben, die der Gleitzentrifuge anhaften, etwa die kurze Verweilzeit des Massenelementes im Siebkorb.

Es werden im folgenden Bedingungen formuliert, unter denen eine Bewegung nach 2. eintritt.

Zur Bestimmung des Grenzwinkels der Korbneigung wird die Bedingung herangezogen, daß der Feststoff bei abgestellter Schwingungserregung ( $x'' = 0$ ) nicht ins Gleiten kommen soll, d.h. die mögliche Reibkraft muß in diesem Fall dem Betrage nach stets größer sein, als der Betrag der am Massenelement in der Gleitebene entsprechend Gleichung 2.35 und 2.37 wirkenden Trägheitskraft. Mit  $R'' = R' = \chi'' = \chi' = 0$  für das relativ zum Korb ruhende Massenelement ergibt sich dieser zu

$$\sqrt{K_r^{*2} + K_t^{*2}} = R \sin \varphi \psi'^2 \quad (3.1)$$

Mit der Reibkraft  $\mu K_n^*$  nach Gleichung 2.36 läßt sich die Grenzbedingung für die Korbneigung formulieren.

$$\mu R \cos \varphi \psi'^2 \geq R \sin \varphi \psi'^2 \quad (3.2)$$

$$\mu \geq \tan \varphi \quad (3.3)$$

Durch Einführen des Reibwinkels  $\varphi_0$  über  $\mu = \tan \varphi_0$  ergibt sich die Bedingung

$$\varphi_0 \geq \varphi \quad (3.4)$$

Die Rückrutschgrenze erhält man auf folgende Weise. In Zentrifugen gilt allgemein  $\chi' \ll \psi'$  \*. Die Drehbewegung des Feststoffs relativ zum Zentrifugenkorb kann also bei dieser Betrachtung vernachlässigt werden. Man erhält damit aus Gleichung 2.33

$$R'' = R \sin^2 \varphi \psi'^2 - \frac{x''}{r_0} \cos \varphi - \mu \sin \varphi \left( \frac{x''}{r_0} + R \cos \varphi \psi'^2 \right) \frac{R'}{|R'|} \quad (3.5)$$

Für beginnendes Rückrutschen ist  $\frac{R'}{|R'|} = -1$ . Gleichung 3.5 wird somit zu

$$R'' = R \sin^2 \varphi \psi'^2 (1 + \mu \cot \varphi) - \frac{x''}{r_0} (\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \quad (3.6)$$

---

\* Ausnahme: die hier nicht behandelte Aufgabebzone.

Durch Einsetzen von  $\psi' = \frac{\omega_0}{\omega_1}$  und  $x'' = -x_1 \cos \tau$  ergibt sich

$$R'' = R \sin^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 (1 + \mu \cot \varphi) + \frac{x_1}{r_0} (\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \cos \tau \quad (3.7)$$

Das Massenelement soll jeweils nur in Richtung Gutaustrag gleiten, d.h. die Relativbeschleunigung  $R''$  muß bei Gleitbeginn in Austragsrichtung, also der  $+R$ -Richtung zeigen. Es muß daher gelten

$$R''_{\min} \geq 0 \quad (3.8)$$

$R''$  wird minimal für  $\cos \tau = -1$ , da  $\cos \varphi - \mu \sin \varphi > 0$ : \*

$$R \sin^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 (1 + \mu \cot \varphi) - \frac{x_1}{r_0} (\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \geq 0 \quad (3.9)$$

Aus dieser Gleichung folgt nach einigen Umformungen unter Verwendung des dimensionslosen Beschleunigungsverhältnisses der Axialschwingenzentrifuge

$$\beta_A = \frac{x_1 \omega_1^2}{r_0 \sin^2 \varphi \omega_0^2} = \frac{x_1 \omega_1^2}{\rho_0 \omega_0^2} \quad (3.10)$$

als Bedingung dafür, daß kein Rückrutschen eintritt

$$\beta_A \leq \frac{\mu + \tan \varphi}{1 - \mu \tan \varphi} R \quad (3.11)$$

Führt man über  $\mu = \tan \varphi_0$  den Reibungswinkel  $\varphi_0$  ein, so ergibt sich

$$\beta_A \leq \frac{\tan \varphi_0 + \tan \varphi}{1 - \tan \varphi_0 \tan \varphi} R \quad (3.12)$$

Nach der trigonometrischen Formel für den Tangens einer Summe oder Differenz zweier Winkel

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \quad (3.13)$$

läßt sich 3.12 in der Form

$$\beta_A \leq \tan(\varphi_0 + \varphi) R \quad (3.14)$$

schreiben.

---

\* Die Ungleichung ist für  $0 \leq \varphi < \frac{\pi}{4}$  und  $0 \leq \mu < 1$  erfüllt. Sie gilt damit im gesamten Betriebsbereich von Schwingenzentrifugen.

Die Abhebegrenze erhält man aus der Überlegung, daß ein Abheben nicht eintritt, solange die Normalkraft  $K_n^*$  nach Gleichung 2.36 nicht negativ wird.

$$\frac{x_1''}{r_0} + R \cos \varphi (\chi' + \psi')^2 \geq 0 \quad (3.15)$$

Mit Gleichung 2.39 und 2.40 ergibt sich

$$-\frac{x_1}{r_0} \cos \tau + R \cos \varphi (\chi' + \frac{\omega_0}{\omega_1})^2 \geq 0 \quad (3.16)$$

Die linke Seite der Ungleichung wird minimal für  $\cos \tau = 1$  und  $R = R_{\min} = 1$ . Da  $\chi' < \psi' = \frac{\omega_0}{\omega_1}$  gilt, folgt

$$-\frac{x_1}{r_0} + \cos \varphi (\frac{\omega_0}{\omega_1})^2 \geq 0 \quad (3.17)$$

Mit  $\beta_A$  nach Gleichung 3.10 ergibt sich als Bedingung, daß kein Abheben eintritt

$$\cot \varphi \geq \beta_A \quad (3.18)$$

Es sei betont, daß die Gültigkeit von Gleichung 3.18 an die Bedingung  $\chi' < \frac{\omega_0}{\omega_1}$  geknüpft ist. Hat der Feststoff - etwa dicht bei der Trübenauflage - noch eine hohe Relativgeschwindigkeit gegenüber der Korbwandung, so tritt ein Abheben schon bei sehr viel kleineren  $\beta_A$ -Werten ein. Im Extremfall, bei  $\chi' = -\frac{\omega_0}{\omega_1}$ , tritt, wie man an Gleichung 3.16 sieht, wegen des vollkommenen Fehlens von Zentrifugalkräften, bereits bei verschwindend kleinen Schwingbeschleunigungen ein Abheben ein.

Das minimale Beschleunigungsverhältnis ist der untere Grenzwert für  $\beta_A$ , der überschritten werden muß, damit zumindest im Moment der maximalen Schwingbeschleunigung  $R'' > 0$  wird und somit überhaupt Rutschen eintritt.

Mit  $\frac{R'}{|R'|} = 1$  für beginnendes Rutschen in +R -Richtung ergibt sich aus Gleichung 3.5 die der Gleichung 3.7 analoge Beziehung

$$R'' = R \sin^2 \varphi (\frac{\omega_0}{\omega_1})^2 (1 - \mu \cot \varphi) + \frac{x_1}{r_0} (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \cos \tau \quad (3.19)$$

$R''$  wird maximal für  $\cos \tau = 1$

$$R''_{\max} = R \sin^2 \varphi (\frac{\omega_0}{\omega_1})^2 (1 - \mu \cot \varphi) + \frac{x_1}{r_0} (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \quad (3.20)$$

Die Bedingung, daß überhaupt Rutschen eintritt

$$R''_{\max} > 0 \quad (3.21)$$

führt unter Verwendung des Beschleunigungsverhältnisses  $\beta_A$  nach Gleichung 3.10 nach einigen Umformungen auf

$$\beta_A > \frac{\mu - \tan \varphi}{1 + \mu \tan \varphi} R \quad (3.22)$$

Mit  $\mu = \tan \varphi_0$  ergibt sich

$$\beta_A > \frac{\tan \varphi_0 - \tan \varphi}{1 + \tan \varphi_0 \tan \varphi} R \quad (3.23)$$

Mit Hilfe von Gleichung 3.13 umgeschrieben, ergibt sich als Bedingung, damit überhaupt Rutschen eintritt

$$\beta_A > \tan (\varphi_0 - \varphi) R = \beta_{A \min} \cdot R \quad (3.24)$$

Wird das Beschleunigungsverhältnis  $\beta_A$  so weit vermindert, daß  $\beta_{A \min}$  erreicht wird, so hört die Feststoffbewegung auf ("Verweilzeit  $\infty$ ").

Werden Reibwinkel  $\varphi_0$ , Korbwinkel  $\varphi$ , Schwingungsamplitude  $x_1$ , Schwingfrequenz  $\omega_1$  und der Achsabstand  $\varphi_0$  vorgegeben, errechnet sich der zu diesem Betriebszustand gehörende Grenzwert der Trommeldrehung  $\omega_{\infty}$ , bei dem die Gutbewegung aufhört, mit Gleichung 3.10 und 3.24 zu

$$\beta_{A \min} = \frac{x_1 \omega_1^2}{\varphi_0 \omega_{\infty}^2} = \tan (\varphi_0 - \varphi) R \quad (3.25)$$

Aufgelöst nach der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{\infty}$  ergibt sich

$$\omega_{\infty} = \sqrt{\frac{x_1 \omega_1^2}{\varphi_0 R \tan (\varphi_0 - \varphi)}} \quad (3.26)$$

Eine Zusammenfassung der Grenzbedingungen für die Maschineneinstellung ergibt folgendes.

Der Korbwinkel ist so zu wählen, daß die Bedingung

$$\varphi \leq \varphi_0 \quad (3.4)$$

erfüllt ist.

Unter Berücksichtigung, daß an keiner Stelle im Siebkorb Abheben oder Rückrutschen eintritt, andererseits aber auch überall Rutschen erreicht wird, muß das Beschleunigungsverhältnis wie folgt gewählt werden

$$\tan(\varphi_0 - \varphi) R_{\max} < \beta_A \leq \min(\tan(\varphi_0 + \varphi), \cot \varphi) R_{\min} \quad (3.27)$$

Für die üblichen Reib- und Korbwinkel ist  $\tan(\varphi_0 + \varphi) < \cot \varphi$  erfüllt, d.h. bei Erhöhung von  $\beta_A$  wird zuerst die Rückrutsch-, dann die Abhebegrenze erreicht.

Man erkennt, daß bei Erhöhung von  $\beta_A$  Rückrutschen bei  $R_{\min}$ , also auf der Aufgabeseite zuerst eintritt, während bei einer Reduzierung von  $\beta_A$  die Bewegung bei  $R_{\max}$ , also auf der Austragsseite des Zentrifugenkorbes zuerst aufhört.

Die Grenzbedingungen nach 3.27 sind in Abb.20 in einem Übersichtsdiagramm dargestellt. Auf der Abszisse ist der Korbwinkel  $\varphi$ , auf der Ordinate die Größe

$$\frac{\beta_A}{R} = \frac{x_1 \omega_1^2}{\varphi_0 \omega_0^2} \cdot \frac{1}{R} = \frac{x_1 \omega_1^2}{\varphi_0 \omega_0^2} \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} = \frac{x_1 \omega_1^2}{\varphi \omega_0^2} \quad (3.28)$$

aufgetragen. Dabei ist  $\beta_A$  das in Gleichung 3.10 definierte Beschleunigungsverhältnis, also der Quotient aus der maximalen Schwingbeschleunigung und der Zentrifugalbeschleunigung an der Stelle  $\varphi_0$  bzw.  $R = 1$  (siehe dazu Abb.18, S.28).

$\beta_A/R$  ist das Verhältnis dieser Beschleunigungen für einen ganz bestimmten, durch  $R$  gekennzeichneten Ort des Zentrifugenkorbes.

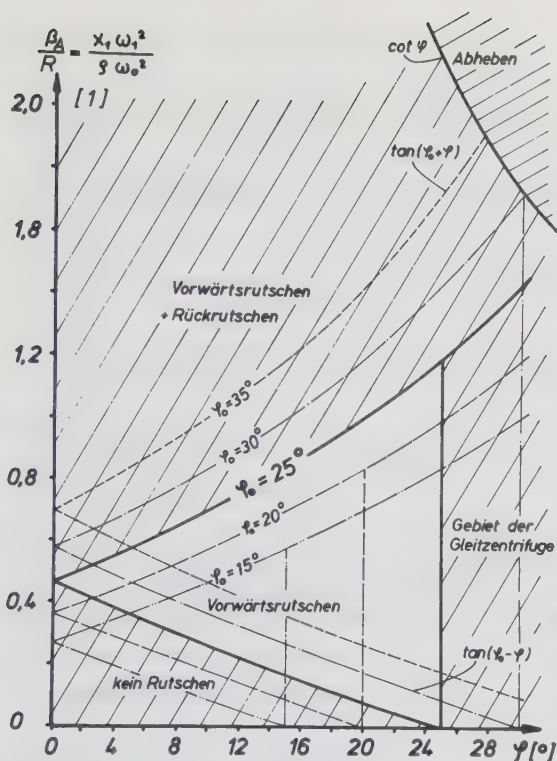


Abb. 20  
Grenzbedingungen  
für Maschinenein-  
stellung bei der  
Axialschwingzentrifuge  
(Übersichtsdiagramm)

Soll an einem bestimmten Ort mit der Koordinate  $R$  die Bewegung nach dem Typ "Vorwärtsrutschen" erfolgen und liegt beispielsweise der Reibwinkel  $\varphi_0 = 25^\circ$  vor, so muß die Zentrifugeneinstellung in dem stark ausgezogenen, dreieckigen Gebiet von Abb. 20 liegen. Durch Variation von  $\beta_A/R$ , etwa bei festgehaltenem Korbwinkel  $\varphi$ , können die Betriebszustände "Kein Rutschen" bzw. "Vorwärts- und Rückwärtsrutschen" erreicht werden.

In Abb. 21 ist das in der Praxis interessierende Gebiet des  $\beta_A/R - \varphi$  - Diagramms in vergrößertem Maßstab dargestellt.

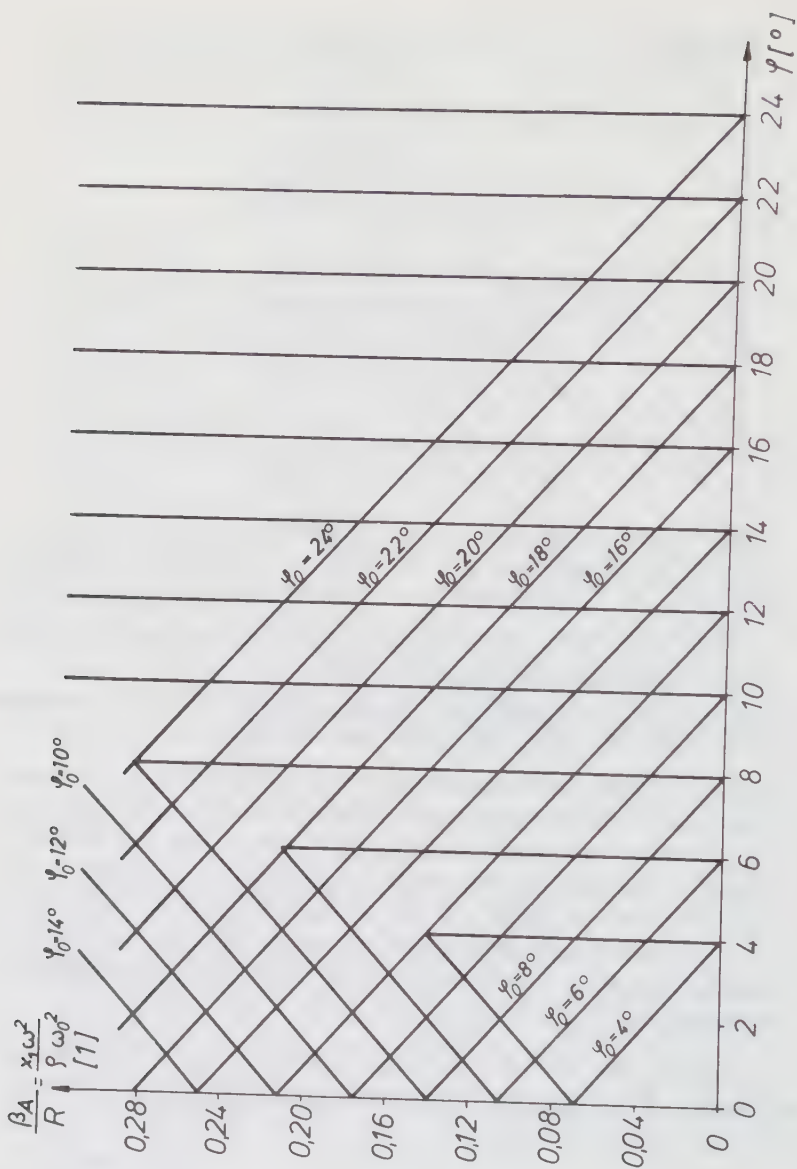


Abb. 21 Grenzbedingungen für Maschineneinstellung (Axialschwing-Z.)

#### 4.432 Drehschwingzentrifuge ( $x_1 = 0$ )

In Abhängigkeit von den Betriebsparametern der Zentrifuge und dem Reibungsbeiwert des Feststoffs ergeben sich für die Drehschwingzentrifuge drei Formen der Bewegung eines Massenelementes relativ zur Korbwandung:

1. Das Massenelement kommt überhaupt nicht ins Rutschen.
2. Das Massenelement durchläuft zwei Rutsch- und zwei Ruhephasen pro Schwingungszyklus.
3. Das Massenelement rutscht und kommt im Schwingungszyklus relativ zur Korbwand nicht mehr zur Ruhe.

Die Bewegung nach 2. ist der Normalfall, eine Bewegung nach 3. ist unerwünscht. Sie ergibt sich bei einem zu großen Drehbeschleunigungsverhältnis.

Ein Rückrutschen oder Abheben des Feststoffs kann im Gegensatz zur Axialschwingzentrifuge bei der Drehschwingzentrifuge nicht auftreten, da durch das Fehlen der Axialschwingung keine Kraftwirkungen existieren, die eine derartige Bewegung verursachen können.

Der Grenzwinkel der Korbneigung wurde bei der Axialschwingzentrifuge aus der Forderung abgeleitet, daß der Feststoff bei abgestellter Schwingungserregung nicht ins Gleiten kommen soll. Die in Kapitel 4.431 abgeleitete Bedingung

$$\varphi \leq \varphi_0 \quad (3.4)$$

gilt somit auch für die Drehschwingzentrifuge.

Das minimale Beschleunigungsverhältnis bestimmt sich für die Drehschwingzentrifuge folgendermaßen. Das Beschleunigungsverhältnis\* ist

$$\beta_0 = \frac{\gamma_1 \omega_1^2}{\omega_0^2} \quad (4.1)$$

---

\*  $\beta_0$  ist im Gegensatz zu  $\beta_A$  keine Funktion des Ortes (siehe zum Vergleich Gleichung 3.10 auf S.37).

Damit das Massenelement überhaupt ins Gleiten kommt, muß  $\beta_0$  so groß gewählt werden, daß die Ungleichung

$$(K_r^{*2} + K_t^{*2})_{\max} > F_R^{*2} \quad (4.2)$$

erfüllt ist. Setzt man die Kraftkomponenten entsprechend Gleichung 2.35, 2.37 und 2.38 ein und berücksichtigt, daß für das ruhende Element  $\chi'' = \chi' = R'' = R' = 0$  gilt, ferner  $x'' = 0$ , so ergibt sich mit  $\Psi'$  und  $\Psi''$  nach Gleichung 2.40 und 2.41

$$[\sin^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} - \Psi_1 \sin \tau \right)^4 + \Psi_1^2 \cos^2 \tau]_{\max} > \mu^2 \cos^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} - \Psi_1 \sin \tau \right)^4 \quad (4.3)$$

Die linke Seite der Ungleichung wird maximal für  $\tau = 0, \pi, \dots$ , da  $\Psi_1 \sin \tau$  wegen  $\Psi_1 \ll \frac{\omega_0}{\omega_1}$  vernachlässigt werden kann

$$\sin^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^4 + \Psi_1^2 > \mu^2 \cos^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^4 \quad (4.4)$$

Es ergibt sich daraus mit Gleichung 4.1 als Bedingung, daß überhaupt Rutschen eintritt

$$\beta_0 > \sqrt{\mu^2 \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi} \quad (4.5)$$

Der Radikant ist immer positiv, wenn Bedingung 3.4 erfüllt ist.\*

Das maximale Beschleunigungsverhältnis ist dadurch charakterisiert, daß bei seiner Überschreitung die Zeitdauer, während der die Relativgeschwindigkeit des Massenelementes gegenüber der Korbwandung abnimmt, kurz "Abbremsphase" genannt, gegenüber der "Beschleunigungsphase" zu kurz wird. Das Massenelement kommt innerhalb des Rutschzyklus relativ zur Korbwand nicht mehr zur Ruhe, die Bewegung entspricht Typ 3. Die Rutschbewegung wird in diesem Fall von Zyklus zu Zyklus schneller.

Ein analytischer Ausdruck für  $\beta_{0 \max}$  läßt sich nicht formulieren, da hierfür die Relativgeschwindigkeit des Massenelementes gegenüber der Korbwand als Funktion der Zeit benötigt wird, die ihrerseits nur über die später zu besprechende

---

\*Gleichung 4.5 ist wegen der gemachten Vernachlässigung nicht exakt gültig. Sie ist eine Abschätzung nach der sicheren Seite.

numerische Lösung des Differentialgleichungssystems 2.33 und 2.34 bekannt ist. Dieses System, das sowohl für die Rutschphasen bei nur zeitweiligem Gleiten, als auch bei permanentem Gleiten gilt, liefert bei seiner numerischen Auswertung mit den Werten für die Relativgeschwindigkeit eine Aussage darüber, ob sich das Massenelement nach Bewegungstyp 2. oder 3. bewegt.

Der Zeitpunkt des Gleitbeginns des Massenelementes im jeweiligen Schwingungszyklus berechnet sich wie folgt. Die Gleichungen 2.35 bis 2.37 sind die komponentenweise Darstellung der Newtonschen Grundgleichung in dimensionsloser Schreibweise. Das Massenelement ist relativ zum Korb in Ruhe. Die an ihm wirkenden Trägheitskräfte ergeben sich durch Einsetzen von  $\chi'' = \chi' = R'' = R' = 0$  in die Gleichungen 2.35 und 2.37.\* Für die R - Richtung ergibt sich

$$-R \sin \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} - \psi_1 \sin \tau \right)^2 \quad (4.6)$$

für die t - Richtung

$$-R \psi_1 \cos \tau \quad (4.7)$$

Der Betrag der Trägheitskraft ist somit

$$R \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} - \psi_1 \sin \tau \right)^4 + \psi_1^2 \cos^2 \tau} \quad (4.8)$$

Aus Gleichung 2.38 erhält man mit  $\chi' = 0$  den Verlauf der maximal erreichbaren Reibkraft.

$$\mu R \cos \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} - \psi_1 \sin \tau \right)^2 \quad (4.9)$$

Der Rutschbeginn  $\tau_0$  ist dadurch gegeben, daß zum Zeitpunkt  $\tau_0$  die am Massenelement wirkende Trägheitskraft dem Betrage nach gleich groß wird wie die Reibkraft. Entsprechend Gleichung 4.8 und 4.9 gilt somit zur Zeit  $\tau_0$

$$\sin^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} - \psi_1 \sin \tau_0 \right)^4 + \psi_1^2 \cos^2 \tau_0 = \mu^2 \cos^2 \varphi \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} - \psi_1 \sin \tau_0 \right)^4 \quad (4.10)$$

Werden die Potenzausdrücke ausgerechnet und geordnet,

---

\* Beachte:  $\chi'' = 0$ , da Drehschwingenzentrifuge (keine Axialschwingung vorhanden!)

so ergibt sich mit  $\cos^2 \tau_0 = 1 - \sin^2 \tau_0$  die Gleichung

$$k_1 \sin^4 \tau_0 + k_2 \sin^3 \tau_0 + k_3 \sin^2 \tau_0 + k_4 \sin \tau_0 + k_5 = 0 \quad (4.11)$$

mit den Koeffizienten

$$k_0 = \sin^2 \varphi - \mu^2 \cos^2 \varphi \quad (4.12)$$

$$k_1 = \gamma_1^4 \quad (4.13)$$

$$k_2 = -4 \frac{\omega_0}{\omega_1} \gamma_1^3 \quad (4.14)$$

$$k_3 = \gamma_1^2 \left[ 6 \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 - \frac{1}{k_0} \right] \quad (4.15)$$

$$k_4 = -4 \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^3 \gamma_1 \quad (4.16)$$

$$k_5 = \left( \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^4 + \frac{\gamma_1^2}{k_0} \quad (4.17)$$

Eine Abschätzung der Größe der Koeffizienten ergibt wegen  $\gamma_1 \ll \frac{\omega_0}{\omega_1}$

$$k_1, k_2 \ll k_3, k_4, k_5$$

Es wird somit eine näherungsweise Bestimmung des Gleitbeginns aus der Gleichung

$$k_3 \sin^2 \tau_0 + k_4 \sin \tau_0 + k_5 = 0 \quad (4.18)$$

möglich.\* Unter Berücksichtigung der Mehrdeutigkeit der Arcusfunktionen erhält man als Lösung dieser Gleichung die vier Wurzeln

$$\tau_{0, 1/2} = \arcsin \frac{-k_4 \pm \sqrt{k_4^2 - 4 k_3 k_5}}{2 k_3} \quad (4.19)$$

$$\tau_{0, 3/4} = \pi - \tau_{0, 1/2} \quad (4.20)$$

---

\* Der Gleitbeginn kann auch durch numerisches Lösen von Gleichung 4.11 berechnet werden.

Die zwei Zeitpunkte des Rutschbeginns für die zwei pro Schwingungszyklus auftretenden Rutschphasen ergeben sich durch die zusätzliche Forderung, daß die am Massenelement wirkende Trägheitskraft vor dem Startzeitpunkt unter der maximal möglichen Reibkraft bzw. nach dem Startzeitpunkt darüber liegen muß.

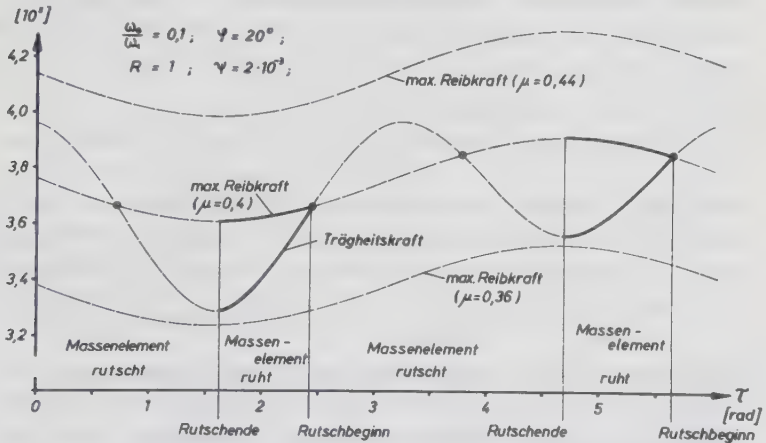


Abb.22 Verlauf der am Massenelement in einer Drehschwing-zentrifuge angreifenden Kräfte (dimensionslose Darst.)

In Abb.22 ist der Verlauf dieser Kräfte für ein Beispiel dargestellt. Die vier Wurzeln sind durch einen Kreis gekennzeichnet, die Zusatzbedingung für die Auswahl der zwei richtigen Nullstellen wird durch den stark ausgezogenen Verlauf von Trägheitskraft und maximaler Reibkraft verdeutlicht.\*

Es bleibt noch zu untersuchen, wann die Gleichung 4.19 reelle Wurzeln hat. Es wird hierzu die Diskriminante der quadratischen

\* Der gestrichelte Kurvenverlauf im Bereich "Massenelement rutscht" hat keine physikalische Bedeutung. Die Kurven sind durchgehend mit  $X'' = X' = R'' = R' = 0$  berechnet. Diese Bedingung gilt jedoch nur für den Bereich "Massenelement ruht", sonst gilt  $X'' \neq 0$ ,  $X' \neq 0$ ,  $R'' \neq 0$  und  $R' \neq 0$  (siehe dazu Gl.2.35, 2.37).

Gleichung bestimmt.

$$D = 4 k_3 k_5 - k_4^2 \quad (4.21)$$

Für  $D > 0$  hat die Gleichung 4.19 zwei komplexe Wurzeln, d.h., daß die Reibkraft entweder ständig über bzw. ständig unter der Trägheitskraftkurve liegt. Zwei derartige Fälle sind in Abb.22 dargestellt. Sie ergeben sich durch eine Änderung von  $\mu$  auf 0,36 bzw. 0,44 bei festgehaltenem Beschleunigungsverhältnis  $\beta_0$ , also unveränderter Lage der Trägheitskraftkurve.

Für  $D < 0$  hat die Gleichung 4.19 zwei reelle Wurzeln.

Für  $D = 0$  ergibt sich eine reelle Doppelwurzel. In diesem Fall erreicht die Trägheitskraft nur zu einem Zeitpunkt die Größe der Reibkraft. Dies tritt ein, wenn die Zentrifuge mit dem Mindestbeschleunigungsverhältnis  $\beta_{0 \min}$  betrieben wird.\*

An Hand von Abb.22 könnten weitere Details der Feststoffbewegung erläutert werden. Es soll an dieser Stelle darauf verzichtet werden, da diese Vorgänge im Prinzip ebenso ablaufen, wie in der Axialschwingzentrifuge, bei diesem Zentrifugentyp aber verständlicher zu erläutern sind. Es wird deshalb auf das Kapitel 4.44 verwiesen.

---

\* Das auf Seite 43 berechnete Mindestbeschleunigungsverhältnis  $\beta_{0 \min}$  kann auch aus der Bedingung  $D = 0$  berechnet werden.

#### 4.44 Aufstellung und Diskussion einer vereinfachten Bewegungsgleichung für den Fall der axialen Schwingungserregung (1.Näherung)

Das Massenelement bewegt sich auf der Wand der Zentrifugentrommel unter der Wirkung der Zentrifugal- und Schwingungskräfte in Richtung der Mantellinie, infolge der Wirkung der Corioliskraft in Umfangsrichtung. Diese Bewegung wird durch das Differentialgleichungssystem 2.33 und 2.34 beschrieben.

Für dieses System läßt sich keine strenge analytische Lösung angeben. Unter der Voraussetzung  $\chi' \ll \frac{\omega}{\omega_0}$  kann es so vereinfacht werden, daß eine analytische Näherungslösung für die Axialschwingzentrifuge möglich wird. Diese Voraussetzung bedeutet eine Vernachlässigung der Corioliskraft, somit die Vernachlässigung der Querbewegung. Es ergibt sich die in Kapitel 4.431 abgeleitete Differentialgleichung

$$R'' = R \sin^2 \varphi \psi'^2 - \frac{x''}{r_0} \cos \varphi - \mu \sin \varphi \left( \frac{x''}{r_0} + R \cos \varphi \psi'^2 \right) \frac{R'}{|R|} \quad (3.5)$$

für die Bewegung des Massenelementes in Richtung der Mantellinie. Für ein Gleiten in +R-Richtung ergibt sich mit  $\frac{R'}{|R|} = 1$  und mit  $x'' = -x_0 \cos \tau$  eine Differentialgleichung der Form

$$R'' + \Lambda_0^2 R = \Delta \cos \tau \quad (3.26)$$

dabei bedeuten die Abkürzungen

$$\Lambda_0^2 = \sin^2 \varphi \cos \varphi \psi'^2 [\mu - \tan \varphi] \quad (3.27)$$

$$\Delta = \cos \varphi \frac{x_0}{r_0} [1 + \mu \tan \varphi] \quad (3.28)$$

Die Differentialgleichung 3.26 hat die Lösung

$$R(\tau) = A \cos \Lambda_0 \tau + B \sin \Lambda_0 \tau - \frac{\Delta}{1 - \Lambda_0^2} \cos \tau \quad (3.29)$$

Die Relativgeschwindigkeit  $R'(\tau)$  und die Relativbeschleunigung  $R''(\tau)$  ergeben sich durch formales Differenzieren nach der Zeit  $\tau$  :

$$R'(\tau) = -A \Lambda_0 \sin \Lambda_0 \tau + B \Lambda_0 \cos \Lambda_0 \tau + \frac{\Delta}{1 - \Lambda_0^2} \sin \tau \quad (3.30)$$

$$R''(\tau) = A \Lambda_0^2 \cos \Lambda_0 \tau - B \Lambda_0^2 \sin \Lambda_0 \tau + \frac{\Delta}{1 - \Lambda_0^2} \cos \tau \quad (3.31)$$

Die Konstanten A und B bestimmen sich aus  $R(\tau_0) = R_0$  und  $R'(\tau_0) = 0$  oder aus  $R'(\tau_0) = R''(\tau_0) = 0$  zu

$$A = \frac{\Delta}{(1 - \Lambda_0^2) \Lambda_0^2} (\Lambda_0 \sin \tau_0 \sin \Lambda_0 \tau_0 + \cos \tau_0 \cos \Lambda_0 \tau_0) \quad (3.32)$$

$$B = \frac{\Delta}{(1 - \Lambda_0^2) \Lambda_0^2} (\cos \tau_0 \sin \Lambda_0 \tau_0 - \Lambda_0 \sin \tau_0 \cos \Lambda_0 \tau_0) \quad (3.33)$$

$\tau_0$  ist dabei der Zeitpunkt des Gleitbeginns, der sich mit  $R'' = 0$  aus Gleichung 3.26 errechnet.\*

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \arccos \frac{\Lambda_0^2}{\Delta} R = \arccos \frac{\mu - \tan \varphi}{1 + \mu \tan \varphi} \cdot \frac{R}{\beta_A} \\ &= \arccos \frac{\tan(\varphi_0 - \varphi)}{\beta_A} R = \arccos \frac{\beta_{A \min}}{\beta_A} R \end{aligned} \quad (3.34)$$

Die Gleichungen 3.29 - 3.31 beschreiben das Bewegungsverhalten des Massenelementes während der Rutschphase, einschließlich des Start- und Haltepunktes.\*\* An Hand von Abb.23 soll nun das Bewegungsverhalten des Massenelementes während einer Schwingungsperiode erläutert werden.

Die den Bewegungsablauf beschreibende Differentialgleichung 3.5 läßt sich nach dem Prinzip von d'Alembert als eine Kräftebilanz in dimensionsloser Form deuten. Sie enthält drei Kräftegruppen:

Die dimensionslose Trägheitskraft, vom Führungssystem herrührend

$$R \sin^2 \varphi \psi'^2 + \frac{x_0}{r_0} \cos \varphi \cos \tau \quad (3.35)$$

\* Der Startzeitpunkt  $\tau_0$ , berechnet nach Gleichung 3.34, gilt im Falle der axialen Schwingungserregung auch bei Verwendung des Differentialgleichungssystems 2.33, 2.34 (Seite 33).

\*\* Der Unterschied zwischen Gleit- und Haftreibung wird zunächst vernachlässigt. Er kann durch Einsetzen eines Haftreibungswertes in Gl.3.43, bei Belassen von  $\mu$  in den für die Gleitphase geltenden Differentialgl. berücksichtigt werden.

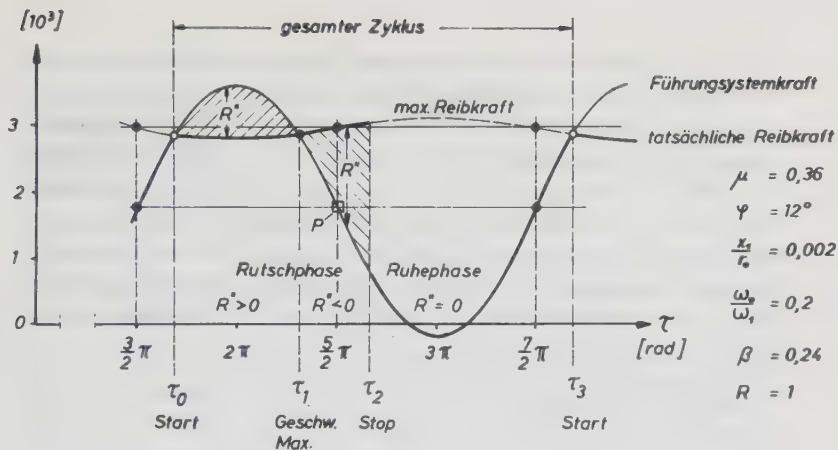


Abb. 23 Verlauf der am Massenelement in einer Axialschwing-zentrifuge angreifenden Kräfte (dimensionslose Darst.)

bedingt durch die Trommeldrehung und die axiale Schwingung, ferner die dimensionslose Reibkraft

$$\mu \sin \varphi \cos \varphi R \psi'^2 - \mu \sin \varphi \frac{x_2}{r_0} \cos \tau \quad (3.36)$$

und, als Differenz der beiden, die dimensionslose Trägheitskraft

$$R''$$

von der Relativbewegung herrührend.

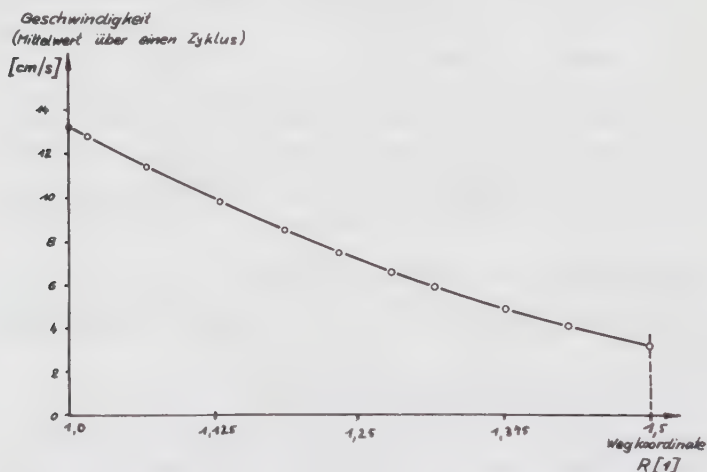
Führungssystemkraft und Reibkraft sind in Abb.23 eingezeichnet, die Trägheitskraft der Relativbewegung ergibt sich als Differenz der beiden.

Führungssystemkraft und Reibkraft bestehen jeweils aus einem konstanten und einem pulsierenden Anteil. Eine Phasenverschiebung zwischen den beiden Kurven ist nicht vorhanden, so daß die Extremwerte der Kräfte zum gleichen Zeitpunkt auftreten.

Bei  $\tau_0$  erreicht die Führungssystemkraft die maximal übertragbare Reibkraft, das Massenelement beginnt zu rutschen, erreicht bei  $\tau_1$  sein Geschwindigkeitsmaximum, wird wieder verzögert, bis die Geschwindigkeit bei  $\tau_2$  zu Null wird. Die linke, schraffierte Fläche entspricht der Geschwindigkeitszunahme von Null bis zur Maximalgeschwindigkeit, die

rechte der Geschwindigkeitsabnahme. Das Massenelement ruht bis  $\tau_1$ , wo der neue Rutschzyklus beginnt.

Die gesamte Zyklusdauer ist etwas größer als  $2\pi$ , da wegen dem mit jeder Rutschphase größer werdenden Abstand des Massenelementes von der Drehachse die Zentrifugalbeschleunigung ansteigt, die Schwingbeschleunigung dagegen bleibt konstant. Damit setzt das Gleiten von Zyklus zu Zyklus etwas später ein, der Rutschweg pro Zyklus und damit die über einen Zyklus gemittelte Geschwindigkeit nimmt somit mit zunehmendem  $R$  ab. Abb.24 zeigt ein Beispiel hierfür.\*



|                         |            |                  |           |
|-------------------------|------------|------------------|-----------|
| Siebkorbwinkel          | 17.5°      | Trommeldrehzahl  | 850 U/min |
| Korbdurchmesser min/max | 400/600 mm | Schwingamplitude | 4 mm      |
| Reibungsbeiwert         | 0.35       | Schwingfrequenz  | 157.1 1/s |

Abb.24 Mittlere Gleitgeschwindigkeit eines Massenelementes in der Trommel als Funktion des Ortes

\* Diese Erscheinung tritt bei der Drehschwingzentrifuge nicht auf. Jeder Rutschzyklus entspricht genau dem anderen, da Schwingbeschleunigungsmaximum/Zentrifugalbeschleunigung, also  $\beta_0$  unabhängig von  $R$  ist (siehe dazu S.43, Gleichung 4.1).

Fallen die Mittelwerte von Reibkraft und Führungssystemkraft zusammen, ergibt der Kräfteverlauf in Abb.23 ein Bild, das punktsymmetrisch zum Punkt P ist, d.h. die beiden gleich großen, schraffierten Flächen haben ihre maximale Größe erreicht.

Übersteigt der Mittelwert der Führungssystemkraft den der Reibkraft, so wird die linke Fläche größer als die rechte. Das Massenelement kommt innerhalb des Schwingungszyklus nicht mehr zur Ruhe.

Werden die beiden Parameter  $\frac{\omega_0}{\omega_1}$  und  $\frac{x_1}{r_0}$  variiert, so ergibt sich bei Änderung von  $\frac{\omega_0}{\omega_1}$  durch eine Verschiebung der Mittelwerte von Führungssystemkraft und Reibkraft eine Änderung der "Überdeckung" der Kurven, mithin eine Änderung des Verhältnisses der Dauer der Rutschphase zur gesamten Zyklusdauer. Eine Änderung von  $\frac{x_1}{r_0}$  ergibt veränderte Amplituden der pulsierenden Kraftanteile, in Abb.23 also eine Veränderung der Größe der schraffierten Flächen, d.h. eine Änderung der über die Rutschphase gemittelten Geschwindigkeit.

Eine bestimmte Feststoff-Transportgeschwindigkeit kann also durch unterschiedliche Zentrifugeneinstellungen erreicht werden, entweder durch eine hohe Gleitgeschwindigkeit während der Rutschphase bei einer im Verhältnis zu Zyklusdauer kleinen Dauer der Rutschphase oder durch eine kleinere Rutschgeschwindigkeit und einer entsprechenden Verlängerung der Rutschphasendauer.

Generell bewirkt dabei eine Vergrößerung von  $\frac{x_1}{r_0}$  eine Erhöhung der über die Rutschphase gemittelten Geschwindigkeit, eine Vergrößerung von  $\psi' = \frac{\omega_0}{\omega_1}$  eine Verkleinerung der Dauer der Rutschphase.

Der Grenzfall, bei dem die Dauer der Rutschphase zu Null wird, ist der zum Mindestbeschleunigungsverhältnis  $\beta_{A \min}$  gehörende Betriebszustand.

#### 4.45 Aufstellung einer vereinfachten Bewegungsgleichung - Gemeinsame Berechnung der Geschwindigkeit für Schwing- rinne und Axialschwingzentrifuge (2. Näherung)

In Kapitel 4.44 wurde unter Vernachlässigung der Corioliskraft eine vereinfachte Bewegungsgleichung für die Bewegung eines Massenelementes in einer Axialschwingzentrifuge erstellt.

Geht man einen Schritt weiter und ersetzt die am Massenelement wirkende Zentrifugalbeschleunigung, die sich während des Rutschvorgangs infolge der Änderung des Achsabstandes verändert, durch eine konstante, mittlere Feldbeschleunigung  $f$ , so läßt sich die Beschreibung der Bewegung des Massenelementes weiter vereinfachen.\*

Durch wahlweises Einsetzen der an einem bestimmten Ort  $r$  in der Zentrifugentrommel vorliegenden Zentrifugalbeschleunigung oder der Erdbeschleunigung, gilt die Beschreibung entweder für die Zentrifuge oder die Schwingrinne.

Bei der Schwingrinne wirkt tatsächlich eine konstante Feldkraft, eine Corioliskraft tritt nicht auf. Die Beschreibung, für die Zentrifuge nur näherungsweise gültig, ist also für die Schwingrinne exakt gültig. Anders ausgedrückt ist die Schwingrinne die physikalische Verwirklichung des bei der vereinfachten Behandlung der Zentrifuge verwendeten mathematischen Modells. Somit kommt bei den experimentellen Untersuchungen auch den Versuchen an der Schwingrinne eine erhebliche Bedeutung zu.

Die den Bewegungsvorgang des Massenelementes beschreibende Differentialgleichung erhält man durch formales Einführen der Feldbeschleunigung  $f$  anstelle der Zentrifugalbeschleunigung

$$\varphi (\ddot{\chi} + \dot{\psi})^2 = r \sin \varphi (\ddot{\chi} + \dot{\psi})^2$$

in Gleichung 2.30 (siehe dazu Abb.18, Seite 28). Mit  $\dot{\chi} = 0$ ,  $\mu = \tan \varphi_0$ ,  $\frac{\dot{r}}{r} = 1$  (Rutschen in +R - Richtung) folgt

$$\ddot{r} = f \sin \varphi - \ddot{\chi} \cos \varphi - \tan \varphi_0 \sin \varphi \ddot{\chi} - \tan \varphi_0 f \cos \varphi \quad (3.37)$$

Einführen von  $\tau = \omega_1 t$  und  $\ddot{\chi} = -x_1 \cos \omega_1 t$  ergibt

\* Rutschweg/Zyklus sehr klein  $\Rightarrow$  Achsabstandsänder. sehr klein

$$r'' = (\cos \varphi + \tan \varphi_0 \sin \varphi) x_1 \cos \tau + \frac{f}{\omega_1^2} (\sin \varphi - \tan \varphi_0 \cos \varphi) \quad (3.38)$$

Statt der bisher verwendeten dimensionslosen Ortskoordinate  $R = \frac{r}{r_0}$  wird ein mit der Schwingungsamplitude  $x_1$  dimensionslos gemachtes  $R_x = \frac{r}{x_1}$  eingeführt. Es ergibt sich

$$\boxed{R_x''(\tau) = K_1 \cos \tau + K_2} \quad (3.39)$$

mit

$$K_1 = \cos \varphi + \tan \varphi_0 \sin \varphi \quad (3.40)$$

$$K_2 = \frac{f}{x_1 \omega_1^2} (\sin \varphi - \tan \varphi_0 \cos \varphi) = \frac{1}{\beta_A} (\sin \varphi - \tan \varphi_0 \cos \varphi) \quad (3.41)$$

Dabei ist für das Beschleunigungsverhältnis  $\beta_A$  zu setzen

$$\beta_A = \frac{x_1 \omega_1^2}{f} = \frac{x_1 \omega_1^2}{g} \quad (3.42)$$

für die Schwingrinne ( $g$  = Erdbeschleunigung) und

$$\beta_A = \frac{x_1 \omega_1^2}{f} = \frac{x_1 \omega_1^2}{r \sin \varphi \omega_0^2} = \frac{x_1 \omega_1^2}{\varphi \omega_0^2} \quad (3.43)$$

für die Zentrifuge ( $\varphi$  = Abstand des Massenelementes von der Drehachse).

$\tau_0$  sei der Rutschbeginn. Integration von 3.39 mit  $R_x'(\tau_0) = 0$  ergibt

$$R_x'(\tau) = K_1 (\sin \tau - \sin \tau_0) + K_2 (\tau - \tau_0) \quad (3.44)$$

Wird mit  $\tau_2$  der Zeitpunkt bezeichnet, an dem das Massenelement wieder zur Ruhe kommt, so ergibt sich der während der Gleitphase zurückgelegte Weg  $\Delta R_x$  durch nochmalige Integration

$$\begin{aligned} \Delta R_x &= R_x(\tau_2) - R_x(\tau_0) \\ &= K_1 \left( \int_{\tau_0}^{\tau_2} \sin \tau d\tau - \sin \tau_0 \int_{\tau_0}^{\tau_2} d\tau \right) + K_2 \left( \int_{\tau_0}^{\tau_2} \tau d\tau - \tau_0 \int_{\tau_0}^{\tau_2} d\tau \right) \end{aligned}$$

Durch Auflösen der Integrale erhält man für den Rutschweg pro Schwingungszyklus

$$\Delta R_x = K_1 (K_3 - \tau_2 \sin \tau_0 - \cos \tau_2) + \frac{1}{2} K_2 (\tau_2 - \tau_0)^2 \quad (3.45)$$

mit

$$K_3 = \tau_0 \sin \tau_0 + \cos \tau_0 \quad (3.46)$$

Die Transportgeschwindigkeit ergibt sich aus  $\Delta R_x$  durch Multiplikation mit der Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \Delta R_x \cdot x_1 \frac{\omega_1}{2\pi} \quad (3.47)$$

Zur Berechnung von  $\Delta R_x$  werden Rutschbeginn  $\tau_0$  und Rutschende  $\tau_2$  benötigt.  $\tau_0$  läßt sich mit  $R''_x = 0$  aus Gleichung 3.39 berechnen

$$\tau_0 = \arccos \left( -\frac{K_2}{K_1} \right) \quad (3.48)$$

Das Argument  $\left( -\frac{K_2}{K_1} \right)$  berechnet sich entsprechend Gleichung 3.40 und 3.41 zu

$$-\frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{\beta_A} \frac{\tan \varphi_0 - \tan \varphi}{1 + \tan \varphi_0 \tan \varphi} = \frac{1}{\beta_A} \tan (\varphi_0 - \varphi) \quad (3.49)$$

Mit  $\beta_{A \min} = \tan (\varphi_0 - \varphi)$  gemäß Gleichung 3.24 läßt sich ein relatives Beschleunigungsverhältnis  $\beta_r$  definieren

$$\beta_r = \frac{\beta_{A \min}}{\beta_A} = \frac{\tan (\varphi_0 - \varphi)}{\beta_A} = -\frac{K_2}{K_1} \quad (3.50)$$

Gleichung 3.48 wird damit zu

$$\tau_0 = \arccos \beta_r \quad (3.51)$$

Die Arcusfunktion ist mehrdeutig. Abb. 23 zeigt, daß der Startzeitpunkt durch die Zusatzbedingung festgelegt ist, daß vor dem Rutschbeginn die vom Führungssystem herrührende Trägheitskraft unter der maximal möglichen Reibkraft liegen muß. Beim Geschwindigkeitsmaximum, bei dem die zweite Nullstelle von  $R''_x$  auftritt, ist es umgekehrt. Es ergibt sich daraus, daß für  $\tau_0$  der Wert

$$\tau_0 = -\arccos \beta_r \quad (3.52)$$

zu benutzen ist.

Der Zeitpunkt des Endes der Gleitphase ergibt sich aus der Gleichung 3.44 mit  $R'_x(\tau_2) = 0$ . Diese Bestimmungsgleichung für  $\tau_2$  ist transzendent. Sie kann mit einem numerischen Verfahren zur Nullstellenbestimmung, etwa der "Regula falsi" gelöst werden.

Untersucht man die funktionale Abhängigkeit von  $\Delta R_x$  anhand von Gleichung 3.45, so ergibt sich für die Zentrifuge

$$\Delta R_x = \Delta R_x(\varphi_0, \omega_0, \omega_1, x_1, \varphi, \varphi_0)$$

bzw. für die Schwingrinne

$$\Delta R_x = \Delta R_x(g, \omega_1, x_1, \varphi, \varphi_0)$$

Durch Verwendung des dimensionslosen Beschleunigungsverhältnisses  $\beta_A$  (siehe Gleichung 3.42 und 3.43) ergibt sich für beide Fälle gemeinsam der Zusammenhang

$$\Delta R_x = \Delta R_x(\beta_A, \varphi, \varphi_0) \quad (3.53)$$

Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, daß dieser Zusammenhang nicht in der Form

$$\Delta R_x = \Delta R_x(\beta_A, \Delta \varphi)$$

mit  $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$ , geschrieben werden kann. Zwar tritt bei der Berechnung des Startzeitpunktes  $\tau_0$  nach Gleichung 3.52 nur die Winkeldifferenz  $\Delta \varphi$  auf, nicht aber in den für den Gleitvorgang maßgebenden Konstanten  $K_1$  und  $K_2$  (Gl. 3.40, 3.41).

$\Delta R_x(\beta_A, \varphi_0, \varphi)$  wurde berechnet und in Form von Diagrammen dargestellt. Abb. 25 und 26 zeigt als Beispiel die Funktion  $\Delta R_x(\beta_A, \varphi_0)$  für die Korbwinkel  $\varphi = 8^\circ$  und  $\varphi = 16^\circ$ .

Die Diagramme können zur Bestimmung der Transportgeschwindigkeit verwendet werden. Für eine bestimmte Einstellung der Zentrifuge oder Schwingrinne, gekennzeichnet durch  $\beta_A$  und  $\varphi$ , und einen bestimmten Reibwinkel  $\varphi_0$  entnimmt man auf der Ordinate  $\Delta R_x$  und berechnet die Transportgeschwindigkeit  $v$  nach Gleichung 3.47.

Umgekehrt kann einer Geschwindigkeit  $v$ , die zur Einstellung  $\beta_A$  und  $\varphi$  gehört, ein Reibwinkel  $\varphi_0$  zugeordnet werden. Ist diese Geschwindigkeit  $v$  ein experimentell ermittelter Wert, so kann somit - auf der Grundlage der dem Diagramm zugrundeliegenden Theorie - dieser Betriebseinstellung ein Reibwinkel  $\varphi_0$  zugeordnet werden. Da bei der theoretischen Behandlung bestimmte Hypothesen über das Reibverhalten gemacht werden, ist dies eine Möglichkeit Versuchsergebnisse auszuwerten.

Zur einfacheren Auswertung wurde ein Rechenprogramm erstellt, das aus den einzelnen Betriebsparametern und den Korbabmessungen  $\beta_A$  und  $\varphi$  berechnet und in einem Iterationsverfahren den gesuchten Reibwinkel  $\varphi_0$  bestimmt. Man erspart sich damit das zeitraubende Hantieren mit einer Vielzahl von Diagrammen.

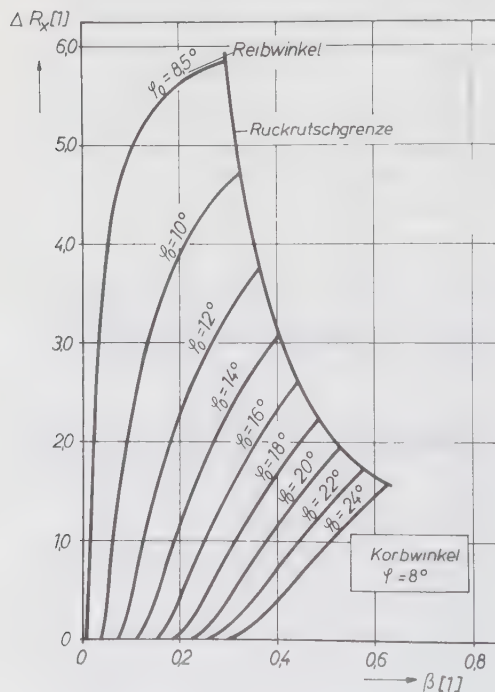


Abb. 25  
Dimensionsloser Rutschweg pro Schwingungszyklus als Funktion des Beschleunigungsverhältnisses  
(für Korbwinkel  $\varphi = 8^\circ$ )

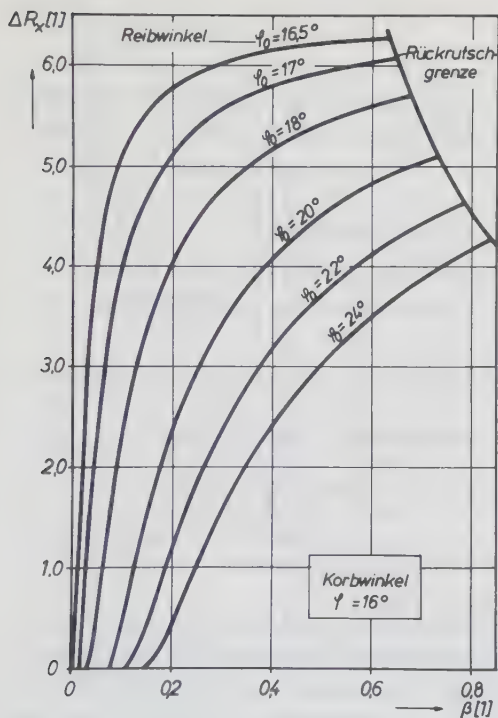


Abb. 26

Dimensionsloser Rutschweg pro Schwingungszyklus als Funktion des Beschleunigungsverhältnisses

(für Korbwinkel  $\gamma = 16^\circ$ )

Die verschiedenen Kurvenscharen, die die Funktionen  $\Delta R_x(\beta_A)$  in Abhängigkeit der Parameter  $\phi_0$  und  $\gamma$  darstellen (Abb. 25, 26), lassen sich - wie im folgenden gezeigt wird - durch eine andere Festlegung der dimensionslosen Wegkoordinate R auf eine einzige Kurve reduzieren.

Ein derartiges Vorgehen hat den Nachteil, daß die sich ergebende Kurve für die Bestimmung des Reibwertes  $\phi_0$  aus  $\beta_A$ ,  $\gamma$  und  $v$  nicht eignet. Der große Vorteil besteht darin, daß sich für den umgekehrten Rechengang, für die Berechnung der Geschwindigkeit  $v$  aus  $\beta_A$ ,  $\gamma$  und  $\phi_0$ , also für die bei der Auslegung der Zentrifuge in der Praxis interessierende Rechnung, eine geschlossene Formel zur Berechnung von der Geschwindigkeit  $v$  aufstellen läßt.

Division der Gleichung 3.39 durch  $K_1$  ergibt

$$R''(\tau) = \cos \tau - \beta_r \quad (3.54)$$

wobei  $\beta_r$  das in Gleichung 3.50 definierte relative Beschleunigungsverhältnis ist, die dimensionslose Wegkoordinate  $R''$  folgende Form hat

$$R'' = \frac{R_s}{K_1} = \frac{r}{x_1 (\cos \varphi + \tan \varphi_0 \sin \varphi)} \quad (3.55)$$

Die weitere mathematische Behandlung verläuft analog der Behandlung von Gleichung 3.39. Eine Integration mit  $R''(\tau_0) = 0$  ergibt

$$R''(\tau) = \sin \tau - \sin \tau_0 - \beta_r (\tau - \tau_0) \quad (3.56)$$

Nochmaliges Integrieren in den Grenzen  $\tau_0$  und  $\tau_2$  ergibt

$$\Delta R'' = K_3 - \tau_2 \sin \tau_0 - \cos \tau_2 - \frac{1}{2} \beta_r (\tau_2 - \tau_0)^2 \quad (3.57)$$

$$\text{mit} \quad K_3 = \tau_0 \sin \tau_0 + \cos \tau_0 \quad (3.46)$$

$$\text{und} \quad \tau_0 = - \arccos \beta_r \quad (3.52)$$

$\tau_2$  ergibt sich wie oben durch numerisches Lösen der Gleichung  $R''(\tau_2) = 0$ .  $\Delta R''$  ist nur noch eine Funktion des relativen Beschleunigungsverhältnisses  $\beta_r$ . Sie wurde für  $0 \leq \beta_r \leq 1$  berechnet und in Diagrammform dargestellt (Abb. 27). Das relative Beschleunigungsverhältnis berechnet sich dabei gemäß Gleichung 3.50 und 3.43 bzw. 3.42 zu

$$\beta_r = \frac{g \omega_0^2}{x_1 \omega_1^2} \tan (\varphi_0 - \varphi) \quad (3.58)$$

für die Zentrifuge bzw.

$$\beta_r = \frac{g}{x_1 \omega_1^2} \tan (\varphi_0 - \varphi) \quad (3.59)$$

für die Schwingrinne ( $g = \text{Erdbeschleunigung}$ ).

Die Transportgeschwindigkeit  $v$  ergibt sich in Analogie zur Gleichung 3.47 zu

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \Delta R'' x_1 (\cos \varphi + \tan \varphi_0 \sin \varphi) \frac{\omega_1}{2\pi} \quad (3.60)$$

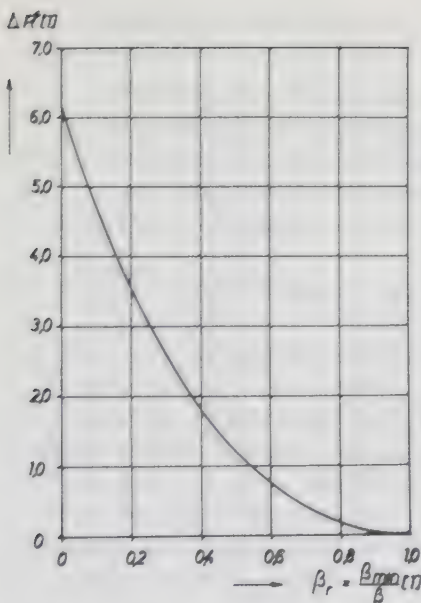


Abb. 27

Dimensionsloser Rutschweg  
pro Schwingungszyklus als  
Funktion des relativen Be-  
schleunigungsverhältnisses

Um ein Ablesen von  $\Delta R^*$  aus dem Diagramm bei der Geschwindigkeitsberechnung zu umgehen, wurde  $\Delta R^*(\beta_r)$  mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durch eine kubische Parabel approximiert. Ein Genauigkeitsverlust gegenüber der Verwendung des Diagramms tritt nicht ein, da die Approximationsparabel im Rahmen der Zeichengenauigkeit mit der zu approximierenden Kurve zusammenfällt.

Durch Einsetzen dieser Approximationsfunktion für  $\Delta R^*(\beta_r)$  in Gleichung 3.66 läßt sich eine geschlossene Berechnungsformel angeben, mit der in dem durch die Gleichungen 3.4 und 3.27 festgelegten Betriebsgebiet die Transportgeschwindigkeit  $v$  berechnet werden kann.

$$v = \frac{1}{2\pi} x_1 \omega_1 (\cos \varphi + \tan \varphi_0 \sin \varphi) \cdot (6,22 - 15,47 \beta_r + 12,89 \beta_r^2 - 3,67 \beta_r^3) \quad (3.61)$$

#### 4.46 Auswertung der Theorie in Form von Rechenprogrammen - Ergebnisse

Eine Zusammenfassung der bisher erarbeiteten theoretischen Aussagen mit dem Ziel der Berechnung der Teilchenbahn und daraus folgend der Transportgeschwindigkeit an einer bestimmten Stelle des Siebkorbes oder der Verweilzeit des Massenelementes im Siebkorb erfolgt zweckmäßigerweise in Form von Rechenprogrammen.

Zunächst seien zwei der erstellten Programme erwähnt. Zur Beschreibung der Rutschphase dient bei diesen Programmen das nicht vereinfachte Differentialgleichungssystem, das mit dem Runge - Kutta - Nyström - Verfahren numerisch gelöst wurde. Ein Programm ist auf die Axial-, das andere auf die Drehschwingzentrifuge zugeschnitten. Eingabedaten sind die Korbabmessungen, die Betriebsparameter und der Reibungsbeiwert. Als Rechenergebnis erhält man - als Ergebnis der sukzessiven Durchrechnung der einzelnen, aufeinanderfolgenden Gleitphasen - die Bahnkurve des Massenelementes für einen oder mehrere Schwingungszyklen.

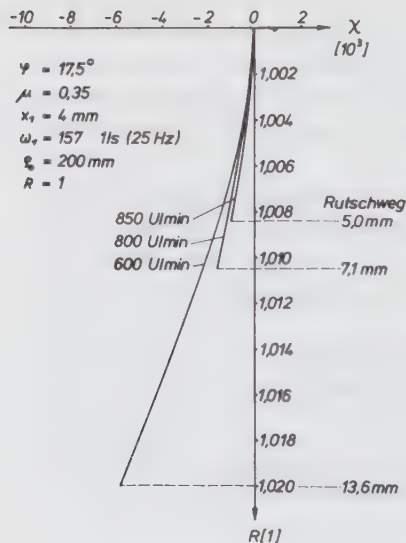
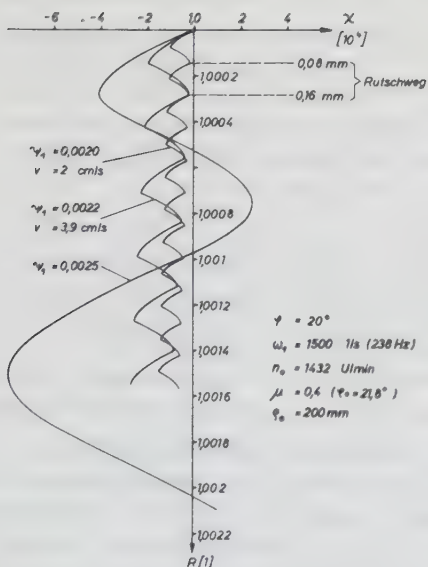


Abb. 28  
Bahnkurven eines Massenelementes für einen Schwingungszyklus (Axialschwingzentrifuge)



$\varphi = 20^\circ$   
 $\omega_s = 1500 \text{ 1/s (238 Hz)}$   
 $n_0 = 1432 \text{ U/min}$   
 $\mu = 0,6 (\varphi_0 = 21,8^\circ)$   
 $\varphi_0 = 200 \text{ mm}$

Abb. 29

Bahnkurven eines Massenelementes  
 (Drehschwingzentrifuge)

Abb. 28 und 29 zeigt zwei Beispiele. Verändert wurden die Trommel-drehzahl bzw. die Drehschwingungsamplitude in Abb. 29. Beide Bilder zeigen die mit zunehmender Geschwindigkeit größer werdende seitliche Abweichung des Massenelementes auf Grund der Corioliskraft. In Abb. 29 erkennt man die außerordentlich sensible Reaktion der Drehschwingzentrifuge auf eine Veränderung der Schwingungsamplitude  $\Psi_1$ . Eine Erhöhung um 10 % ergibt eine Verdopplung der Geschwindigkeit, eine Erhöhung um 25 % den Übergang in das technisch unbrauchbare Betriebsgebiet "Durchrutschen" (Bewegungstyp 3.).

Die grundsätzlichen Ergebnisse der Berechnungen für die beiden Zentrifugentypen, sowie vergleichende Rechnungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Bei der Drehschwingzentrifuge muß gegenüber der Axialschwingzentrifuge generell mit einem schlechteren Betriebsverhalten gerechnet werden, d.h. mit einer größeren Empfindlichkeit der Zentrifuge gegenüber Schwankungen der Grundeigenschaften, der Schwingungsamplitude, Schwingfrequenz

oder Trommeldrehzahl.

Diese Ergebnisse werden von der Praxis insofern bestätigt, als dem Autor von seiten der einschlägigen Industrie bekannt ist, daß derartig schlechtes Betriebsverhalten, seitens der Praktiker "erahnt", ein Hauptgrund dafür gewesen ist, die Drehschwingzentrifuge - trotz vieler Vorzüge - nicht in Angriff zu nehmen. Die einzige Firma, die sich mit diesem Zentrifugentyp befaßt ist die Firma Braodbent Ltd., England [15].

2. Die Corioliskraft führt zu einer vergleichsweise kleinen seitlichen Abweichung. Der Weg in Querrichtung beträgt i.a. einige Prozent des Weges in Austragsrichtung. Auch in extremen Fällen werden 15 % nicht überschritten.

Damit klärt sich die Streitfrage, ob eine Querbewegung eintritt derartig: grundsätzlich ja, meßtechnisch aber kaum festzustellen.\*

Als Konsequenz aus Punkt 2 wurde ein vereinfachtes, weniger rechenintensives Programm für die Axialschwingzentrifuge erstellt, bei dem das Differentialgleichungssystem durch die in Kapitel 4.44 abgeleitete Differentialgleichung (1.Näherung) ersetzt wurde. Diese Differentialgleichung ist analytisch lösbar, das Runge-Kutta - Verfahren entfällt somit. Abb.30 zeigt als Beispiel die Verweilzeit eines Massenelementes als Funktion der Trommeldrehzahl.

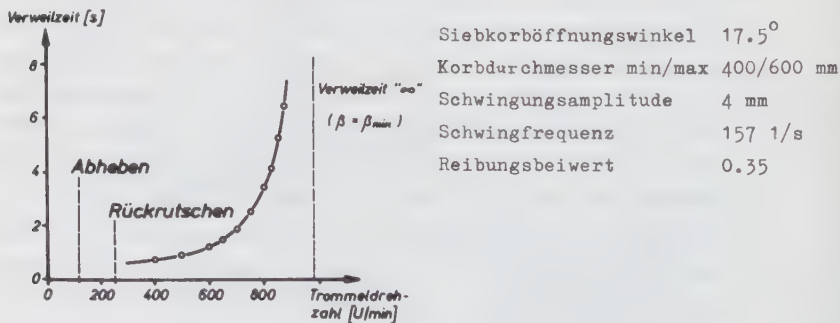


Abb.30 Verweilzeit als Funktion der Trommeldrehzahl (Axialschw.Z.)

\* Bei richtungsabhängigem, in Querrichtung größerem Reibwert (Spalt-siebkorb !) wird die Querbewegung weiter reduziert.

#### 4.5 Experimentelle Untersuchungen der Feststoffbewegung auf schwingenden Unterlagen

##### 4.51 Vergleich von Theorie und Experiment - Konzeption der experimentellen Untersuchungen

Bei der theoretischen Behandlung wird die Gleitgeschwindigkeit eines einzelnen Massenelementes berechnet. Als Arbeitshypothese wird das Reibverhalten als durch einen konstanten Reibwert beschreibbar vorausgesetzt.

Bei den Bewegungen, die experimentell untersucht werden, handelt es sich um die Bewegungen von Kontinua, von ausgedehnten Feststoffschichten, deren Bewegungen im allgemeinen Fall schwerer zu beschreiben sind, als die des Massenpunktes, und prinzipiell ein komplizierteres Modell auf der Grundlage der Kontinuumsmechanik erfordern. Der an sich schon große Aufwand bei der mathematischen Behandlung des Massenpunktsmodells wird bei einer derartigen Beschreibung allerdings weiter vergrößert. Was das Massenpunktsmodell betrifft, so sind andererseits die Möglichkeiten dieses Modells noch nicht ausgeschöpft.

Beim Vergleich von Theorie und Experiment ist es wichtig, die einzelnen Grundphänomene, die auftreten können, im Auge zu behalten, sie zu erkennen und möglichst getrennt zu erfassen. Es seien folgende Punkte genannt:

1. Genügt eine Beschreibung des Reibverhaltens durch einen konstanten Reibwert oder muß ein anderes Reibgesetz zugrundegelegt werden ?
2. Kann die Bewegung des Massenelementes mit der des Kontinuums gleichgesetzt werden?
3. Existieren äußere Störwirkungen, etwa Schubkräfte seitens der Gutaufgabe, die die Bewegung maßgeblich beeinflussen?

Aus dem Gesagten folgt zwangsläufig die Zielsetzung des jetzt abgeschlossenen ersten Versuchsabschnitts:

Eine Klärung der angesprochenen drei grundsätzlichen Fragenkomplexe, verknüpft mit dem Versuch, auftretende Phänomene klar zu erkennen und eindeutig zu klären, um einerseits zu zeigen, wo die bisherige theoretische Aussage genügt und

um andererseits für die Bereiche, wo die theoretische Aussage noch nicht genügt, eine sichere Grundlage für deren Modifikation zu schaffen.

Es werden zu diesem Zweck "statische" Reibwertbestimmungen durchgeführt, d.h. bei der Geschwindigkeit Null, Experimente an einer Schwingrinne und einer Axialschwingzentrifuge durchgeführt, sowie russische Versuchsergebnisse zur Abrundung der eigenen Untersuchungen herangezogen.

Voraussetzung für die Auswertung der Zentrifugen- und Schwingrinnenversuche ist dabei das Vorhandensein einer theoretischen Grundlage. Nur so können die Versuchsergebnisse überhaupt sinnvoll ausgewertet werden, nur so läßt sich durch Auflösen der Ergebnisse nach dem Reibwert ein Einblick in die Physik des Reibvorganges gewinnen.

#### 4.52 Direkte Auswertung des durch optische Strukturabtastung gewonnenen Signals

Entsprechend Abb. 23 bewegt sich das Massenelement ruckweise, d.h. ein Schwingungszyklus gliedert sich in eine Gleitphase und eine Phase der Ruhe relativ zur Unterlage. Diese von der Theorie gelieferte, teilweise umstrittene Aussage über eine nicht kontinuierliche Bewegung ist durch eine direkte Auswertung des bei der optischen Strukturabtastung anfallenden Signals experimentell nachzuweisen.\*

Vergegenwärtigt man sich das Prinzip der optischen Strukturerrfassung, etwa an Abb.14, so sieht man, daß während der Ruhephase vom Geber eine konstante Helligkeit registriert wird, da das Gut sich relativ zum Geber nicht bewegt. Tatsächlich zeigen die Meßsignale sowohl bei der Schwingrinne, als auch bei der Zentrifuge \* eine typische Stufenstruktur, wobei die waagrechten Partien der Ruhe-, die anderen der Rutschphase zuzuordnen sind. Die Stufenstruktur wird immer deutlicher, je länger - nach der Theorie - bei der jeweiligen Betriebseinstellung die Ruhephase gegenüber der Rutschphase wird.

---

\* Experimentiertechnik siehe Kapitel 4.531 und 4.541 .

\* Die Aussage steht in direktem Widerspruch zu den von KAMINSKI [13] mittels Hochgeschwindigkeitskamera gewonnenen Erkenntnissen.

In Abb. 31 ist ein Ausschnitt eines aus der Zentrifuge herausgeführten Signals dargestellt. Für die Schwingungsdauer, also für Rutschphase plus Ruhephase entnimmt man dem Diagramm als Mittelwert über 13 Zyklen  $T = 0.041$  s. Aus der bei diesem Versuch ein-

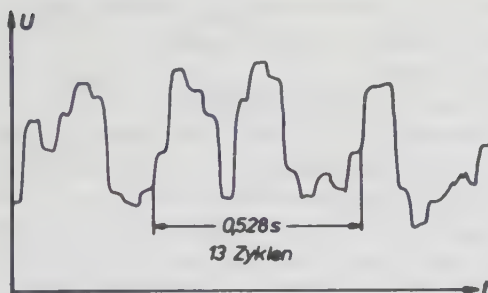


Abb.31 Meßsignal für Zentrifugenversuch

gestellten Drehzahl der Schwingungserregung von 1440 U/min ergibt sich die Schwingungsdauer  $T = 0.042$  s. Man sieht ferner, daß Rutsch- und Ruhephasen etwa gleich lang sind. Die theoretische Berechnung ergibt für diese Zentrifugeneinstellung eine Rutschphasendauer von 44 % und eine Ruhephasendauer von 56 % der gesamten Zyklusdauer.

Diese Ergebnisse zeigen einerseits das hohe zeitliche Auflösungsvermögen der Meßmethode (Ruhephasendauer  $\approx 2/100$  s !)\*, liefern andererseits einen klaren Beweis für die Übereinstimmung der grundsätzlichen Bewegungsform der ausgedehnten Schüttung mit der nach der Theorie für das Massenelement sich ergebenden Bewegung.

#### 4.53 Experimentelle Untersuchungen an einer Schwingrinne

##### 4.531 Experimentiertechnik

Bei der verwendeten Schwingrinne handelt es sich um die in Abb.5 gezeigte Anlage, die über einen Dosierautomaten mit Gut versorgt wurde. Variiert wurden Schwingungsamplitude, Schwingfrequenz und Rinnenneigung, sowie die Materialpaarung. Gemessen wurde die mitt-

---

\* Signalregistrierung erfolgte mechanisch (Brush - Schreiber), ist verbesserungsfähig.

lere Transportgeschwindigkeit der direkt auf der Rinne liegenden Gutschicht mit Hilfe der in Kapitel 3 beschriebenen Korrelationsmeßtechnik. Die Meßmethode ermöglicht dabei durch Ausdehnung der Meßzeit auf 2 - 3 min die Elimination von Schwankungen der Geschwindigkeit, bedingt durch Schwankungen der Gutaufgabe oder des Feuchtegehalts des aufgegebenen Gutes.

Bei der Wahl der Stoffpaarungen wurde einerseits auf eine breite Streuung geachtet, andererseits auf gute Beobachtungsmöglichkeiten (Plexiglas) und eine genaue Untersuchung der für die Zentrifuge im ersten Versuchsabschnitt vorgesehenen Materialien.\* Was die einzelnen Betriebseinstellungen betrifft, so wurde versucht, das Gebiet "Vorwärtsrutschen" in Abb.20 möglichst vollständig zu erfassen. Daneben wurden zur Ergänzung und Kontrolle Reibwerte statisch bestimmt, d.h. bei der Geschwindigkeit Null. Das kann geschehen durch Bestimmen der Grenzneigung der Rinne, bei der bei abgestellter Erregung Rutschen gerade noch nicht eintritt, oder durch Verwendung eines Jenike-Gerätes.\*\*

#### 5.532 Ergebnisse der Schwingrinnenversuche

Die von der Theorie gelieferten Tendenzen, also eine Zunahme der Geschwindigkeit mit steigendem  $\gamma$ ,  $x_1$  oder  $\omega$ , werden durch die Versuche bestätigt. Es zeigt sich ferner eindeutig, daß das in Gleichung 3.42 definierte Beschleunigungsverhältnis eine echte Kenngröße ist, d.h. daß das Ergebnis einer Änderung von  $\beta_A$  unabhängig davon ist, ob  $\beta_A$  über die Schwingungsamplitude  $x_1$  oder die Schwingfrequenz  $\omega$ , geändert wird.

Es wird durch die Versuche generell bestätigt, daß die Schichtdicke die Geschwindigkeit nicht beeinflußt, und die Schicht - wie zu erwarten - auch bei trockenen, gut beweglichen, körnigen Gütern als geschlossenes Ganzes rutscht. Dies ist zu erwarten,

---

\* Es sollen später auch Sande, ev. Salze in der Zentrifuge gefahren werden.

\*\*Jenike Flow-Factor-Tester, Gerät zur Bestimmung der Scherfestigkeit von Schüttgütern bei extrem kleiner Beanspruchungsgeschwindigkeit, verwendbar durch Modifikation auch zur Reibwertbestimmung bei der Stoffpaarung Schüttgut/festes Material.

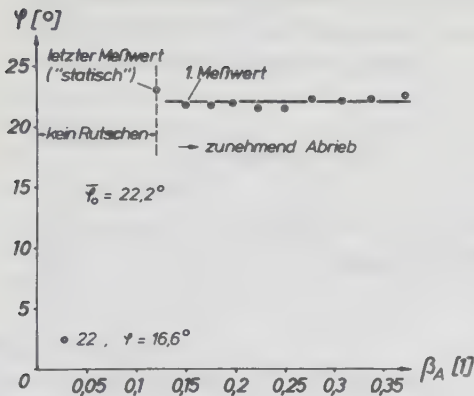


Abb.32

Reibwerte für Stoffpaarung Quarzsand+Feldspat (1.9-2.4 mm) trocken/ Plexiglas als Funktion des Beschleunigungsverh.

da die innere Reibung größer ist, als die äußere, und an einem Massenelement immer die gleichen Beschleunigungen wirken, unabhängig vom Ort, an dem sich das Element befindet.

Dieses Ergebnis läßt den wichtigen Schluß zu, daß vor allem bei Drehschwingenzentrifugen mit ihrem ortsunabhängigen  $\beta_D$  ähnlich günstige Verhältnisse anzutreffen sind (siehe dazu die Definitionsgleichungen für  $\beta_D$  und  $\beta_A$ , Gleichung 4.1 und 3.10).

In Abb.32 sind die Versuchsergebnisse für die Stoffpaarung Quarzsand (mit Feldspat vermischt) / Plexiglas dargestellt. Die Korngröße betrug 1,9 - 2,4 mm. Auf der Abszisse ist das jeweils eingestellte Beschleunigungsverhältnis, auf der Ordinate der Reibwinkel  $\psi_0$  aufgetragen. Die Reibwinkel wurden mit dem auf Seite 58 beschriebenen Rechenprogramm berechnet. Die Berechnung der Reibwerte wird in diesem Programm auf der Hypothese eines konstanten Reibwertes, eines Reibwertes als Materialkonstante durchgeführt. Die Ergebnisse bestätigen diese Hypothese für die gezeigte Stoffpaarung.\*

Im Bild ist ferner die mit  $\psi_0 = 22.2^\circ$  berechnete Grenze zwischen

\* Das leichte Ansteigen der Reibwerte ist durch eine geringe Erhöhung der Reibung durch zunehmenden Feldspatabrieb während der Versuchsdurchführung bedingt.

"Kein Rutschen" und "Vorwärtsrutschen" eingezeichnet. Beim 1. Meßwert beträgt die gemessene Geschwindigkeit nur noch 2 mm/s. Eine Auswertung der zu den Versuchspunkten gehörenden Geschwindigkeiten als Funktion von  $\beta$  ergibt eine Bestätigung der eingezeichneten Grenzkurve.

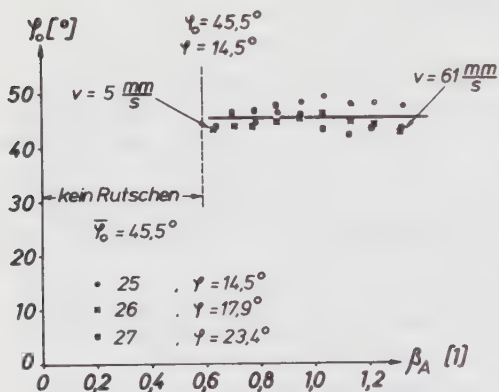


Abb.33

Reibwerte für Stoffpaarung Bausand abgetropft/ Plexiglas als Funktion des Beschleunigungsverhältnisses

In Abb.33 sind die Ergebnisse für nassen, abgetropften Bausand auf Plexiglas dargestellt. Diese Stoffpaarung unterscheidet sich sehr stark von der eben behandelten: feucht statt trocken, breites Kornspektrum gegenüber einer abgesiebten Kornfraktion, unterschiedliche Kornform, starkes "Kleben" des Sandes auf der Rinne. Die größere Streuung der Meßwerte erklärt sich aus den Schwierigkeiten bei der Versorgung der Schwingrinne mit feuchtem Gut und Schwankungen des Wassergehalts. Wie die Abbildung zeigt, ergibt sich unabhängig von den jeweils eingestellten Neigungswinkeln  $\gamma$  ein konstanter Reibwert. Die eingezeichnete Grenze für beginnendes Rutschen, mit  $\bar{\gamma}_0 = 45,5^\circ$  berechnet, steht ebenfalls in Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen.

Abb.34 zeigt die Meßergebnisse für ein Vestytron\* - Granulat auf Plexiglas. Das Diagramm ist auf den ersten Blick verwirrend. Eindeutig ist, daß sich bei dieser Stoffpaarung das Reibverhalten

\* schlagfestes Styrol-Granulat, 1,5 - 2 mm

nicht durch einen konstanten Reibwert kennzeichnen läßt. Das naheliegende Argument, der Reibwinkel als Stoffkonstante könne nicht - wie im Diagramm dargestellt - eine Funktion des Rinnen-Neigungswinkels sein, wäre allerdings eine Fehldeutung. Bei der Auswertung der experimentellen Ergebnisse wird den Meßwerten ein Reibwert zugeordnet, der als konstant vorausgesetzt wird. Zeigt die Auswertung, daß sich bei den einzelnen Maschineneinstellungen immer der gleiche Wert ergibt, ist die Hypothese bestätigt und der ermittelte Wert ist dann und nur dann eine echte Materialkonstante. Ist dies nicht der Fall, verliert er das Prädikat "Materialkonstante" von vorneherein.

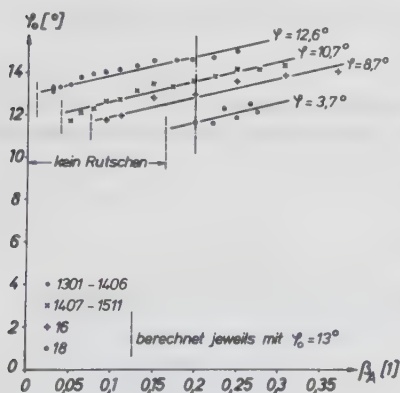


Abb. 34

Reibwerte für Stoffpaarung  
Vestyron-Granulat trocken/  
Plexiglas als Funktion des  
Beschleunigungsverhältnisses

Werden die Reibwinkel dagegen als Funktion der während der Rutschphase vorliegenden mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}$  aufgetragen (Abb. 35), so ergibt sich ein klares Bild. Das Reibverhalten muß durch einen konstanten Anteil, die Materialkonstante, und einen geschwindigkeitsabhängigen Anteil beschrieben werden. Die starke Streuung der Versuchsdaten von Meßserie zu Meßserie erklärt sich aus den starken elektrostatischen Effekten, die bei dieser Stoffpaarung auftreten, die die Reibung stark beeinflussen. Es konnten die Versuchsbedingungen jeweils nur für relativ kurze Zeit, für eine Serie, relativ konstant gehalten werden. Der mit "statisch" bezeichnete Versuchspunkt ist durch Bestimmung der Grenzneigung, bei der bei abgeschalteter Schwingungserregung gerade Rutschen einsetzt, er-

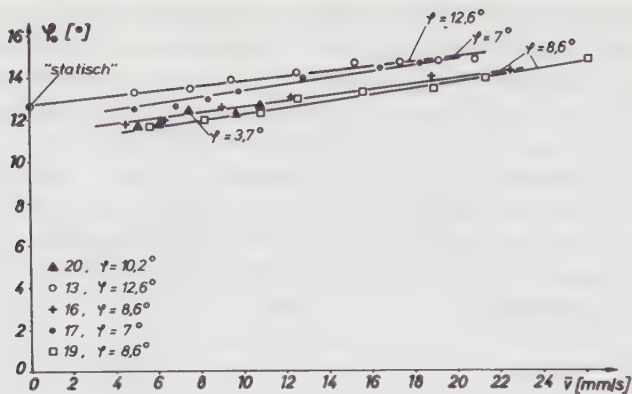


Abb. 35 Reibwerte für Stoffpaarung Vestytron-Granulat trocken/Plexiglas als Funktion der über die Rutschphase gemittelten Gleitgeschwindigkeit

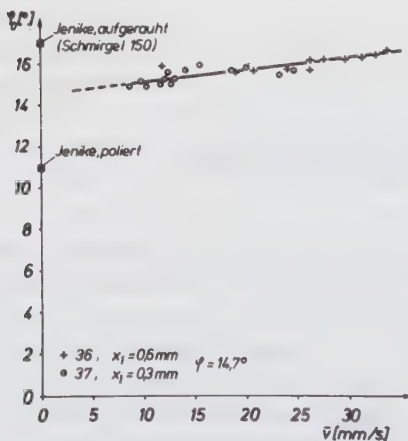


Abb. 36 Reibwerte für Kunststoffgranulat feucht/Alurinne als Funktion der über die Rutschphase gemittelten Gleitgeschwindigkeit

mittelt worden.

Die Ordnung der Geraden in Abb.34 nach dem Korbwinkel erklärt sich dadurch, daß bei einem bestimmten  $\beta_A$ , etwa  $\beta_A = 0.2$ , die Geschwindigkeit mit steigendem  $\varphi$  ansteigt. Die Auffächerung ist also ein Effekt des geschwindigkeitsabhängigen Reibwerts.

In Abb.36 sind Ergebnisse für eine Paarung Kunststoffgranulat feucht auf Metall (Aluminium) dargestellt. Sie zeigen ebenfalls die Abhängigkeit des Reibwerts von der Geschwindigkeit.

Es sind ferner die mit dem Jenike-Gerät gemessenen Werte eingezeichnet, ein minimaler Wert (Schmirgel 220 + polieren) für die sehr glatte Metalloberfläche, ein maximaler für die stark aufgeraute Fläche (Schmirgel 150). Die Qualität der Rinnenoberfläche liegt zwischen den Extremen (Schmirgel 220, nicht poliert).

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Frage der Übertragbarkeit der Bewegung des Massenelementes auf die Bewegung einer Schüttung positiv beantwortet werden kann. Das Reibverhalten ist abhängig von der Stoffpaarung. Es ist entweder durch einen konstanten Reibwert oder durch ein geschwindigkeitsabhängiges Reibverhalten beschreibbar.

#### 4.54 Experimentelle Untersuchungen an einer kontinuierlich arbeitenden Axialschwingzentrifuge

##### 4.541 Experimentiertechnik

Ein Schema der Versuchsanlage ist in Abb.37 dargestellt. Die Zentrifuge wird im Kreislaufbetrieb gefahren, da nur so im Labor ein kontinuierlicher Betrieb möglich wird. Eine schonende Trübenförderung ergibt sich durch Verwendung einer Schlauchpumpe. Gemessen wird neben den Betriebsparametern der Zentrifuge der Feststoffdurchsatz und die Restfeuchte des Austrags, die Feststoffkonzentration im Trübenzulauf, ferner die Gleitgeschwindigkeit des Feststoffs auf der Korbwand nach dem in Kapitel 3 beschriebenen Meßverfahren. Eine Messung der Geschwindigkeit an der Oberfläche des Kuchens, sowie eine optische Messung der Kuchendicke ist vorbereitet, jedoch in der Zentrifuge bisher nicht durchgeführt worden.

Bei einem Kreislaufbetrieb stellt sich das Problem des Abriebs von

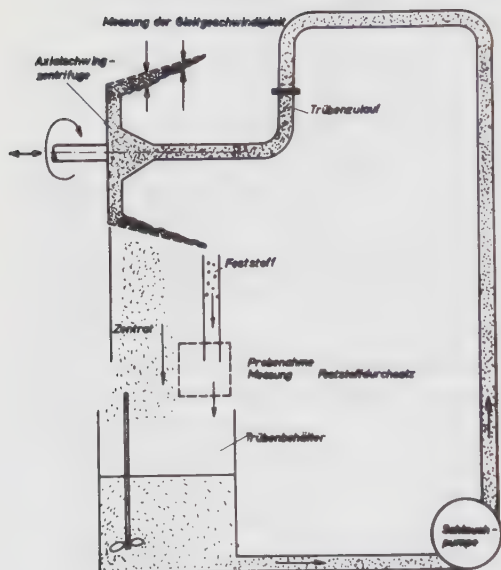


Abb.37  
Schema der Zentrifugen-Versuchsanlage

Korb und Gut. Durch Abrieb wird die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse in Frage gestellt. Dies ist bei Sand als Versuchsgut besonders gravierend. Es wurde aus diesem Grund ein Perlön - Granulat ausgewählt, das sehr abriebfest ist. Dieses Material, das gewissermaßen als Modellsubstanz betrachtet werden muß, da es üblicherweise auf derartigen Zentrifugen nicht verarbeitet wird, hat außerdem gute meßtechnische Eigenschaften\* und ist so leicht zu entwässern, daß auf dem gesamten konischen Teil des

\* Die meßtechnischen Eigenschaften wurden durch schwarzes Einfärben eines Teils des weißen Granulats weiter verbessert.

Zentrifugenkorbes mit einer etwa gleichbleibenden Feuchte und damit von dieser Seite her unbeeinflussten Reibigenschaften zu rechnen ist.

#### 4.542 Ergebnisse der Zentrifugenversuche

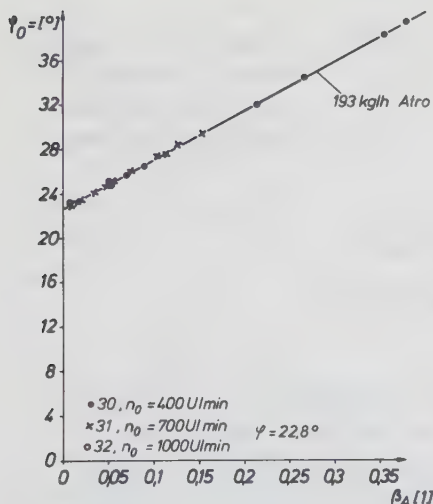


Abb.38

Reibwerte für Perlon-Granulat auf V2A-Spalt-siebkorb als Funktion des Beschleunigungsverhältnisses

In Abb.38 ist ein typisches Beispiel für die experimentellen Ergebnisse dargestellt. Aufgetragen ist über dem Beschleunigungsverhältnis  $\beta_A$  der Reibwinkel  $\varphi_0$ , berechnet nach dem auf Seite 58 beschriebenen Verfahren. Das Bild zeigt, neben der linearen Abhängigkeit, eine sehr gute Reproduzierbarkeit der Meßwerte und die Übereinstimmung der Meßergebnisse aus verschiedenen Versuchsserien. Daraus folgt, daß  $\beta_A$  eine echte Kenngröße ist, außerdem das Reibverhalten unabhängig von der absoluten Höhe der Anpresskraft ist.

In Abb.39 sind die Geraden, die sich aus 91 verschiedenen Betriebseinstellungen ergeben, zusammengestellt.

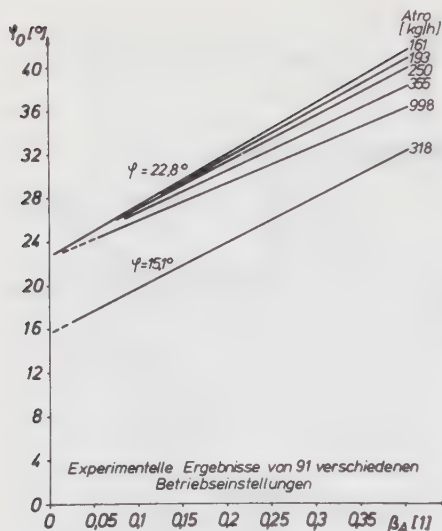


Abb. 39

Reibwerte von Perlon-Granulat/V2A-Spaltsieb-korb bei verschiedenen Feststoffdurchsätzen

Als Parameter tritt der Feststoffdurchsatz auf. Der Einfluß dieses Parameters wird dadurch untermauert, daß in Kontrollversuchen gezeigt werden konnte, daß sich über eine Änderung der zugeführten Trübenmenge - bei unveränderter Zentrifugeneinstellung - die mittlere Transportgeschwindigkeit um den Faktor 5 verändern läßt.

Das Hineinlaufen der berechneten Reibwerte in den Wert des jeweiligen Korbneigungswinkels ist ein Zeichen der Wirkung einer Schubkraft. Die Schubkraft - bei der Auswertung nicht berücksichtigt - führt über die sich einstellende höhere Geschwindigkeit zu einer rechnerischen Erniedrigung des Reibwinkels. Die Schubkraft wächst - bei konstantem Durchsatz - mit abnehmendem  $\beta_A$ , also mit abnehmender Abzugsgeschwindigkeit. Bei  $\beta_A = 0$  liegt dann eine reine Zwangsförderung vor, sofern die Zentrifuge nicht vorher verstopft. Im Diagramm in Abb. 26 erkennt man, daß die Linie, bei der Reibwinkel und Korbwinkel zusammenfallen, die Ordinate ist. Daraus folgt für  $\beta_A = 0$  und  $v > 0$ , also  $\Delta R_A > 0$  zwangsläufig  $\varphi_0 = \varphi$ .

Daß gegebenenfalls mit dem Auftreten von Schubkräften seitens der Gutaufgabe zu rechnen ist, ist bekannt. So schreibt KAMINSKI [12] über die Entwässerung von Kohle auf der russischen Schwingzentrifuge NVV - 1000, daß sie sich "auf der Oberfläche des Filtersiebtes im wesentlichen durch den Staudruck des im Rotor ankommenden Ausgangsprodukts bewegt."

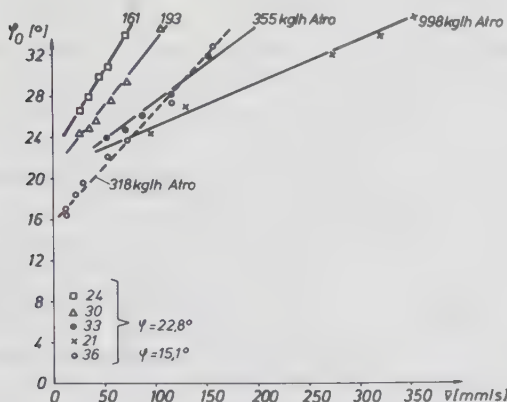


Abb.40 Reibwerte für Perlon-Granulat/V2A-Spaltsiebkorb als Funktion der während der Rutschphase vorliegenden mittleren Geschwindigkeit

Die Abhängigkeit der Reibwerte von der Geschwindigkeit erkennt man in Abb.40. Auch hier sieht man den überlagerten Schubkrafteinfluß am Zusammenlaufen der Kurven beim jeweiligen Korbwinkel.

Dieser Effekt tritt bei den in Abb.41 zusammengestellten Ergebnissen nicht auf. Es handelt sich um Ergebnisse für Feinkohle auf V2A, die aus einer Publikation von KAMINSKI [12] entnommen und wie die eigenen Versuchsdaten verarbeitet wurden.\* Die Zentrifuge wurde diskontinuierlich betrieben, ein Schubkrafteinfluß seitens der Gutaufgabe kann somit nicht auftreten. Die Ergebnisse zeigen eben-

\* Die Daten wurden aus sehr kleinen Diagrammen abgegriffen!

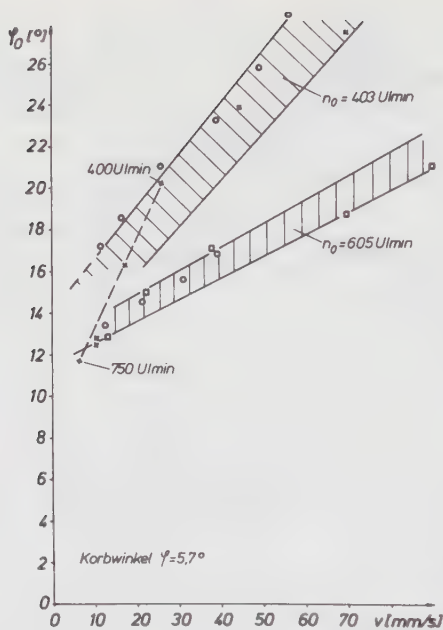


Abb.41

Russische Versuchsergebnisse für eine diskontinuierlich arbeitende Schwingzentrifuge (Feinkohle/V2A)

falls eine Geschwindigkeitsabhängigkeit und offenbar eine Abhängigkeit vom Anpressdruck. Die Kurven treffen etwa im Bereich von  $11 - 14^\circ$  die Ordinate. Übliche Korbwinkel bei der Verarbeitung von Feinkohle sind  $10^\circ$  oder  $13^\circ$ . Damit folgt mit einer üblicherweise eingestellten Differenz zwischen statischem Reibwinkel und Korbwinkel von  $1 - 2^\circ$ , daß die Ordinatenabschnitte als material-spezifische, statische Reibwinkel gedeutet werden können.

#### 4.6 Verfahrenstechnische Auslegung von Schwingzentrifugen

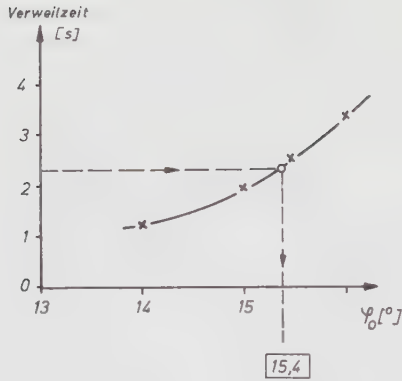
Berechnungsformeln für die Feststoff - Transportgeschwindigkeit in Schwingzentrifugen zum Zweck der verfahrenstechnischen Auslegung von Zentrifugen in der industriellen Praxis stehen bisher nicht zur Verfügung.

Mit Gleichung 3.61 wurde eine derartige Berechnungsformel zur Verfügung gestellt.

Bei der Anwendung dieser Beziehung ist folgendes zu beachten. Die experimentellen Untersuchungen in Kapitel 4.5 wurden unter Variation der einzelnen Parameter in einem extrem breiten Bereich durchgeführt, um die einzelnen Erscheinungen, etwa die Physik des Reibverhaltens, möglichst gut erfassen zu können. Bei der praktischen Zentrifugenauslegung sind die Bereiche erheblich kleiner. So liegt bei Axialschwingzentrifugen das Beschleunigungsverhältnis generell im Bereich von ca. 0.05 bis 0.1. Das ist- etwa in Abb. 38- nur ein sehr kleiner Teil des erfaßten Bereichs.

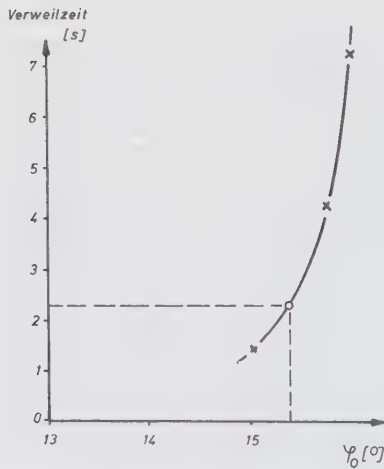
Gleichung 3.61 kann als Näherungsformel für die Geschwindigkeits- bzw. Verweilzeitberechnung benutzt werden. Dabei darf der Bereich, in dem die Geschwindigkeit variiert, entweder nicht zu groß sein, oder der verwendete Reibwert muß abschnittsweise angepaßt werden. Auf diese Weise kann die Berechnungsformel in der Praxis benutzt werden, unabhängig davon, wie der verwendete Parameter  $\varphi$  in physikalischem Sinne zu deuten ist. Dies sei an einem Beispiel gezeigt.

Im Rahmen einer Kapazitätserweiterung soll eine neue Zentrifuge in Betrieb genommen werden: gleicher Typ, wie die vorhandene, größere Ausführungsform. Die bereits eingesetzte Zentrifuge arbeitet mit einer Verweilzeit des Feststoffs im Zentrifugenkorb von 2.3 s . Dieser Wert kann etwa durch Stroboskopbetrachtung oder über die Kuchendicke und der Durchsatz ermittelt werden. Dieser Betriebseinstellung ist ein Reibwert zugeordnet, der mit Hilfe von Gleichung 3.61 im Probiervverfahren durch Variation von  $\varphi$  sehr schnell ermittelt werden kann. Dies ist in Abb. 42 gezeigt.



$$\begin{aligned}
 l &= 450 \text{ mm} \\
 \varphi_0 &= 460 \text{ mm} \\
 x_1 &= 3 \text{ mm} \\
 n_1 &= 1700 \text{ U/min} \\
 n_0 &= 400 \text{ U/min} \\
 \beta_A &= 0.12 \\
 \varphi &= 13^\circ
 \end{aligned}$$

Abb.42 Berechnung von  $\varphi_0$  aus einer gemessenen Verweilzeit (Beispiel)



$$\begin{aligned}
 l &= 450 \text{ mm} \\
 \varphi_0 &= 460 \text{ mm} \\
 x_1 &= 1.9 \text{ mm} \\
 n_1 &= 1700 \text{ U/min} \\
 n_0 &= 600 \text{ U/min} \\
 \beta_A &= 0.03 \\
 \varphi &= 15^\circ
 \end{aligned}$$

Abb.43 Verweilzeit als Funktion des Reibwertes (Beispiel)

Gleichung 3.61 ermöglicht nun die beliebige Variation der Parameter der Zentrifuge, etwa mit der Absicht, dabei die Verweilzeit von 2,3 s festzuhalten. Es können etwa  $l$ ,  $\varphi_0$ ,  $\varphi$ ,  $n_0$  festgelegt werden, anschließend  $x_1$  und  $n_1$  so variiert werden, daß die gewünschte Verweilzeit erreicht wird.

In Abb.43 wurde  $\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi$  sehr klein gewählt. Trotz reduziertem  $x_1$  läßt sich damit - bei festgehaltener Verweilzeit - die Trommeldrehzahl  $n_0$  erhöhen. Der Preis, der dafür gezahlt werden muß, ist die wesentlich größere Empfindlichkeit der so ausgelegten Zentrifuge auf Schwankungen von  $\varphi_0$ , die in Abb.43 deutlich zu erkennen ist.

Die generelle Aussage,  $\Delta\varphi$  so groß wie möglich zu wählen, um die Empfindlichkeit der Zentrifuge auf Schwankungen einzelner Betriebsparameter herabzusetzen, kann mit Hilfe von Gleichung 3.61 direkt quantifiziert werden.

Zur groben Festlegung des Betriebspunktes, etwa zur Bestimmung des Mindestbeschleunigungsverhältnisses, bei dem Rutschen einsetzt, wird das Diagramm in Abb.21 verwendet.

## 5. Zusammenfassung

### Meßverfahren:

Es wurde ein Meßverfahren realisiert, das zur Messung bewegter Schüttungen geeignet ist. Die Anwendung des Meßverfahrens läßt sich auf Gebiete ausdehnen, die durch eine ähnliche Problemstellung gekennzeichnet sind.

Das Verfahren beruht auf einer "on line" Auswertung stochastischer, mittels Strukturabtastung gewonnener Signale mit einem digitalen Korrelationsrechner. Man erhält - im Gegensatz zum Meßwert für das einzelne Element - direkt Mittelwerte hoher statistischer Sicherheit, also Meßwerte die für die Bewegung der gesamten Schüttung repräsentativ sind.

Die Strukturierung erfolgt mittels Lichtleitkabel-Meßwertaufnehmer. Dieser Meßwertaufnehmer zeichnet sich durch einfache Einbaumöglichkeit, seine Robustheit und die Möglichkeit aus, das Meßsignal ohne zusätzlichen Aufwand aus der direkten Umgebung der Anlage wegzuführen. Der Geber zeichnet sich ferner durch die Möglichkeit der leichten Anpassung an verschiedene Problemstellungen aus.

### Zentrifuge:

Auf der Basis der Kinetik des Massenpunktes wurden die theoretischen Grundlagen erstellt, die einerseits die strenge numerische Berechnung der Bewegung eines Massenelementes im Siebkorb von Axial- und Drehschwingzentrifugen gestatten, andererseits durch Vereinfachungen zu einer leicht handhabbaren, geschlossenen Berechnungsformel für die mittlere Transportgeschwindigkeit führen (Gleichung 3.61).

Es wurden die verschiedenen Typen der Bewegung des Feststoffs auf der Siebkorbwand diskutiert und die dazugehörigen Zentrifugen - Grenzeinstellungen angegeben. Es wurde festgestellt, daß nur ein Bewegungstyp von praktischer Bedeutung ist.

Auf der Basis dieser Theorie wurde die Auswertung von Zentrifugen- und Schwingrinnenversuchen möglich. Durch Auflösen nach dem jeweils vorliegenden Reibwert konnte ein Einblick in die Physik des Reibverhaltens gewonnen werden.

Es konnte gezeigt werden, daß die Hypothese eines konstanten Reibwertes für bestimmte Stoffpaarungen berechtigt ist, etwa für die technisch wichtige Stoffpaarung Sand auf Metall. Bei Kunststoffgranulaten auf Metall muß zu einer genauen Beschreibung des Reibverhaltens zum statischen Reibwert ein geschwindigkeitsproportionaler Anteil hinzugenommen werden.

Es konnte gezeigt werden, daß beim Fehlen von äußeren Schubkräften die gesamte Schüttung sich entsprechend den für das einzelne Massenelement gewonnenen theoretischen Aussagen bewegt. Schubkräfte seitens der Gut-aufgabe können den Feststofftransport in kontinuierlichen Schwingzentrifugen beeinflussen.

Eine grundsätzliche Aussage der Theorie ist die einer nicht kontinuierlichen, ruckweisen Gutbewegung. Das Vorliegen einer derartigen Bewegungsform konnte durch direkte Signalauswertung experimentell nachgewiesen werden.

In Kapitel 4.6 wird die verfahrenstechnische Auslegung von Schwingzentrifugen mit Hilfe von Gleichung 3.61 und den Diagrammen für die Zentrifugen-Grenzeinstellungen an Beispielen demonstriert.

# 6. Zusammenstellung der verwendeten Formelzeichen

|                   |                                                 |
|-------------------|-------------------------------------------------|
| A                 | Konstante                                       |
| B                 | Konstante                                       |
| D                 | Diskriminante                                   |
| $\vec{F}_R$       | Reibkraftvektor (dimensionslos)                 |
| $\vec{F}_R^*$     | "                                               |
| $K_1$             | Konstante                                       |
| $K_2$             | "                                               |
| $K_3$             | "                                               |
| $\vec{K}$         | Kraftvektor                                     |
| $K_n$             | Komponente von $\vec{K}$                        |
| $K_r$             | "                                               |
| $K_t$             | "                                               |
| $K_n^*$           | Kraftkomponente (dimensionslos)                 |
| $K_r^*$           | "                                               |
| $K_t^*$           | "                                               |
| R                 | Koordinate (dimensionslos)                      |
| $R_n$             | "                                               |
| $R^*$             | "                                               |
| T                 | Integrationszeit (Meßzeit)                      |
| $\underline{a}$   | Einheitsvektor in Richtung der Reibkraft        |
| $\underline{b}$   | Beschleunigungsvektor                           |
| $\underline{e}_n$ |                                                 |
| $\underline{e}_r$ | Einheitsvektoren, in die jeweilige Koordinaten- |
| $\underline{e}_t$ | richtung zeigend                                |
| $\underline{e}_z$ |                                                 |
| $\underline{e}_f$ |                                                 |
| f                 | Feldbeschleunigung                              |
| g                 | Erdbeschleunigung                               |
| $k_0$             | Konstante                                       |
| $k_1$             | "                                               |
| $k_2$             | "                                               |

|                       |                                                            |
|-----------------------|------------------------------------------------------------|
| $l$                   | Korblänge (genau: Länge der Mantellinie)                   |
| $k_3$                 | Konstante                                                  |
| $k_4$                 | "                                                          |
| $k_5$                 | "                                                          |
| $m$                   | Masse                                                      |
| $\underline{p}$       | Verschiebungsvektor                                        |
| $r$                   | Koordinate                                                 |
| $r_0$                 | Abstand Massenelement von der Kegelspitze (Anfangslage)    |
| $t$                   | Zeit                                                       |
| $\underline{v}$       | Geschwindigkeitsvektor                                     |
| $\underline{v}_{rel}$ | Relativgeschwindigkeitsvektor                              |
| $x(t)$                | stochastische Spannungs-Zeit-Funktion in Kap. 2            |
| $x$                   | Koordinate (Absolutkoordinate)                             |
| $x_1$                 | Schwingungsamplitude (Axialschwingzentrifuge)              |
| $y(t)$                | stochastische Spannungs-Zeit-Funktion in Kap. 2            |
| $y$                   | Koordinate (Relativkoordinate)                             |
| $z$                   | " (Führungssystemkoordinate)                               |
|                       |                                                            |
| $\alpha$              | Winkelkoordinate (Absolutkoordinate)                       |
| $\beta_A$             | Beschleunigungsverhältnis (Axialschwing.-Z., Schwingrinne) |
| $\beta_0$             | " (Drehschwingzentrifuge)                                  |
| $\beta_r$             | " ,relatives                                               |
| $\mu$                 | Reibungsbeiwert                                            |
| $\varphi$             | Koordinate                                                 |
| $\varphi_0$           | Abstand Massenelement von Drehachse (Anfangslage)          |
| $\tau$                | Zeit (dimensionslos)                                       |
| $\tau_0$              | " (Rutschbeginn)                                           |
| $\tau_1$              | " (Geschwindigkeits - Max.)                                |
| $\tau_2$              | " (Stop)                                                   |
| $\tau_3$              | " (Rutschbeginn)                                           |
| $\varphi$             | Korbwinkel                                                 |
| $\varphi_0$           | Reibwinkel                                                 |
| $\chi$                | Winkelkoordinate (Relativkoordinate)                       |
| $\psi$                | " (Führungssystemkoordinate)                               |
| $\psi_1$              | Drehschwingungsamplitude                                   |

$\omega_0$     Kreisfrequenz (Trommeldrehung)

$\omega_1$          "         (Schwingung)

$\Delta$     Konstante

$\phi_{xy}$     Kreuzkorrelationsfunktion

$\Lambda_0$     Konstante

## 7. Literaturzusammenstellung

- [1] Schlitt, H.: Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen. Vieweg, (1968), Braunschweig.
- [2] Werther, J.: Experimentelle Untersuchungen zur Hydrodynamik von Gas/Feststoff-Wirbelschichten. Dissertation Uni. Erlangen-Nürnberg (1972).
- [3] Solokow, W.J.: Moderne Industriezentrifugen. VEB Verlag Technik Berlin, (1971), 405.
- [4] Jung, R.: Die Gleitbewegung auf der schwingenden Ebene. Forschung 18, (1952), Nr. 1, 13-24.
- [5] Lavendel, E.E.: Die Intensivierung stetiger Schwingförderprozesse. Voprosy dinamiki i pročnosti 18, (1969), 5-17
- [6] Sliede, P.B.: Bedingungen für das Abheben und den Beginn des Freiflugzustandes schwerförderbarer Massengüter bei Schwingförderung mit Hochwurf. Voprosy dinamiki i pročnosti 18, (1969), 47-54.
- [7] Gulbe, A.K.: Untersuchungen der Teilchenbewegung auf einer horizontalen Schüttelrutsche von Kräften aus der trockenen und der viskosen Reibung. Voprosy dinamiki i pročnosti, vyp. 14, Riga, "Zinatne", (1967), 89-102.
- [8] Gulbe, A.K.: Optimale Gesetze der Bewegung einer Rutsche mit vorgegebenen Grenzen der Beschleunigung und Verschiebung bei nichtabhebender gradliniger Schwingförderung beim Vorhandensein von Kräften der trockenen und der viskosen Reibung. Voprosy dinamiki i pročnosti, 18, (1969), 19-32.
- [9] Gol'din, E.M.: Kinematik von Vibrationszentrifugen. Izvestija vysšich učebnych zavedenij. Piščevaja tehnologija Krasnodar, (1960), Nr. 5, 139-148.
- [10] Gol'din, E.M., u. V.S. Kaminskij: Einfluß der Hauptparameter einer Vibrationszentrifuge auf die Verschiebungsgeschw. der Feststoffteilchen entlang der Trommel. Teorija i praktika obezvoživanija ugol'noj meloči " Nauka", M., Stornik statej, (1966), 30-39.

- [11] Gol'din, E.M.: Experimentelle Untersuchungen der Bewegung in konischen Zentrifugen. Trudy LTICH P Band XIV (1956), L, 84-92.
- [12] Kaminskij, V.S.: Untersuchungen des Vibrationsaustrags feiner Kohlesorten aus Filterzentrifugen. Sb. Obogascenie i briketirovanie uglej (Trudy VN II U) vyp. 28, Gosgortechizdat (1962), 51-57.
- [13] Kaminskij, V.S., A.M. Lasgovcev u. A.V. Šlau: Untersuchung der Bewegung von Absetzprodukten in Vibrations-Filterzentrifugen. Teorija i praktika obezvoživanija ugol'noj meloči "Nauka", Sbornik statej (1966), 39-50.
- [14] Šlau, A.V. u. A.M. Lasgovcev: Bestimmung der Kuchengeschwindigkeit über die Trommel einer periodisch arbeitenden Vibrationszentrifuge. Obogascenie, Briketirovanie Uglej (1963), 25, 32-39.
- [15] Grimwood, G.L.: Conical Basket Centrifuges with Controlled Solids Discharge. Filtration and Separation (1969), 3/4, 177-179.

Der Dank des Verfassers gilt in erster Linie Herrn Professor Dr. O. Molerus für die vielen anregenden und klärenden Diskussionen, sowie der Arbeitsgemeinschaft Industrieller Forschungsvereinigungen (AIF) für die Bereitstellung der für die Durchführung des experimentellen Teils der Arbeit notwendigen Sach- und Personalmittel, sowie der Firma Krauss Maffei für die Überlassung einer Axialschwingenzentrifuge.

Es sei an dieser Stelle allen Mitarbeitern des Instituts für Mechanische Verfahrenstechnik für ihre Mithilfe gedankt: insbesondere Herrn Dr.-Ing.P.R. Schöneborn für die häufigen Diskussionen über Fragen der theoretischen Behandlung der gegebenen Problemstellung, Herrn Dr.-Ing.J. Werther und Herrn Dr.-Ing.L. Plass für die vielen Anregungen in Zusammenhang mit Meß- und Versuchstechnik, Herrn Heinz Schneider für Entwurf und Bau des Meßwertsenders und Herrn Ing.grad. H. Schoenfeldt für die Bearbeitung der konstruktiven Aufgaben.



## Lebenslauf

- 1941        Geboren am 23.12. in Stuttgart als Sohn des  
             Dr. med. Hans Erich Schulz und seiner Ehefrau  
             Margarete, geb. Molt.  
             Mein Vater starb 1946. Nach der Wiederver-  
             heiratung meiner Mutter mit Prof. Dr. Dr. Kurt  
             Walz wurde ich von meinem Stiefvater adoptiert.
- 1947 - 52 Besuch der Volksschule in Göppingen
- 1952 - 56 Besuch des math.- naturwissenschaftlichen Gym-  
             nasiums in Göppingen
- 1956 - 61 Besuch des neusprachlichen Rethel - Gymnasiums  
             in Düsseldorf
- 1961        Reifeprüfung am 24. Februar
- 1961 - 62 Wehrdienst (15 Monate)
- 1962 - 69 Studium der Verfahrenstechnik an der Universität  
             Karlsruhe  
             (davon 15 Monate an der Universität Nancy, Frank-  
             reich, zur Anfertigung der Diplomarbeit)
- Praktikantentätigkeit:  
             Mannesmann Röhrenwerke, Düsseldorf  
             Eisengießerei Pulch, Ratingen bei Düsseldorf
- Sonstige Tätigkeiten:  
             Forschungsinstitut der Zementindustrie, Düsseldorf  
             Henkel - Werke, verfahrenstechnische Abt., Düsseld.
- 1969        Diplomhauptprüfung am 12. Februar an der Universi-  
             tät Karlsruhe
- 1969 - 71 Ab 1. April wissenschaftlicher Mitarbeiter am  
             Institut für Mechanische Verfahrenstechnik, Univ.  
             Erlangen - Nürnberg
- 1971        Ab 1. Februar wissenschaftlicher Assistent am  
             gleichen Institut





## **Offsetdruck-Fotodruck**

**J. Hogl, 8520 Erlangen, Hauptstr. 109 (Nähe Martin-Luther-Platz) Tel. 22990**